

# MANUAL DISEÑO ESTRUCTURAL



**Segundo semestre, 2026**

### Programación de actividades

| Día       | Horario     | Actividad                                 |
|-----------|-------------|-------------------------------------------|
| Lunes     | 8:00 –12:00 | <b>Practica 1: Envolvente de momentos</b> |
| Martes    | 8:00 –12:00 | <b>Practica 2: Vigas</b>                  |
| Miércoles | 8:00 –12:00 | <b>Practica 3: Columnas</b>               |
| Jueves    | 8:00 –12:00 | <b>Práctica 4: Losas</b>                  |

La evaluación virtual estará habilitada del **26 de octubre de 2026 a las 8:00 al 30 de octubre de 2026 a las 18:00.**

Para tener derecho a examen final y aprobar el curso, es obligatorio asistir a las prácticas presenciales, realizar las tareas, hojas de trabajo y completar la evaluación en línea dentro del periodo establecido.

Nota: las hojas de trabajo contarán como asistencia de cada día.

### Materiales necesarios para las prácticas de diseño estructural

Cada estudiante deberá traer los siguientes materiales según corresponda en la práctica:

| No. | Materiales                                                                 |
|-----|----------------------------------------------------------------------------|
| 1   | Cuaderno<br>Regla<br>Lapiceros<br>Calculadora científica<br>Manual impreso |
| 2   | Cuaderno<br>Regla<br>Lapiceros<br>Calculadora científica<br>Manual impreso |
| 3   | Cuaderno<br>Regla<br>Lapiceros<br>Calculadora científica<br>Manual impreso |

|   |                                                                            |
|---|----------------------------------------------------------------------------|
| 4 | Cuaderno<br>Regla<br>Lapiceros<br>Calculadora científica<br>Manual impreso |
|---|----------------------------------------------------------------------------|

## INSTRUCCIONES PARA REALIZAR LAS PRÁCTICAS

Para la realización adecuada de las prácticas deberán atenderse las siguientes indicaciones:

1. Presentarse puntualmente a la hora del inicio del laboratorio y permanecer durante la duración de este.
2. Realizar las actividades y hojas de trabajo planteadas durante la práctica.
3. Participación y cuidado de cada uno de los integrantes del grupo en todo momento de la práctica.
4. Conocer la teoría, (leer el manual antes de presentarse a cada práctica).
5. **No se permite el uso de teléfono celular dentro del laboratorio**, Si tiene llamadas laborales deberá atender las mismas únicamente en el horario de receso.
6. Si sale del salón de clases sin la autorización del docente perderá el valor de la práctica.
7. No puede atender visitas durante la realización de la práctica.
8. El horario de receso es únicamente de 15 minutos.
9. **Respeto dentro del laboratorio hacia los catedráticos o compañeros (as).**

**La falta a cualquiera de los incisos anteriores será motivo de una inasistencia.**

Considere que se prohíbe terminantemente comer, beber y fumar. Éstos también serán motivos para ser retirado de la práctica.

Recuerde que para tener derecho al punteo y aprobar el curso deberá presentarse a las prácticas y realizar las evaluaciones en línea, las cuales estarán habilitadas del **26 de octubre 2026 a las 8:00 al 30 de octubre 2026 a las 18:00.**

## INFORME DE PRÁCTICA

Las secciones de las cuales consta un informe, el punteo de cada una y el orden en el cual deben aparecer son las siguientes:

- a) Resultados
- b) Resumen de la práctica
- c) Conclusiones

Si se encuentran dos informes parcial o totalmente parecidos se anularán automáticamente dichos reportes.

- a. **Resultados:** es la sección en la que se presentan de manera clara y objetiva los datos obtenidos a partir de la práctica realizada.
- b. **Resumen de la práctica:** esta sección corresponde al contenido del informe, aquello que se ha encargado realizar según las condiciones del laboratorio.
- c. **Conclusiones:** constituyen la parte más importante del informe. Son las decisiones tomadas, respuestas a interrogantes o soluciones propuestas a las actividades planteadas durante la práctica.

### Detalles físicos del informe

- El informe debe presentarse en hojas de papel bond **tamaño carta**.
- Cada sección descrita anteriormente, debe estar debidamente identificada y en el orden establecido.
- Todas las partes del informe deben estar escritas a mano con letra clara y legible, a menos que se indique lo contrario.
- Se deben utilizar ambos lados de la hoja.
- No debe traer folder ni gancho, simplemente engrapado.

### Importante:

Los informes se entregarán al día siguiente de la realización de la práctica al entrar al laboratorio sin excepciones. Todos los implementos que se utilizarán en la práctica se tengan listos antes de entrar al laboratorio pues el tiempo es muy limitado. Todos los trabajos y reportes se deben de entregar en la semana de laboratorio no se aceptará que se entregue una semana después.

## PRÁCTICA No. 1 ENVOLVENTE DE MOMENTOS

### 1. Propósitos de la Práctica:

- 1.1 Conocer la importancia de la envolvente de momentos en el diseño estructural.
- 1.2 Interpretar correctamente una envolvente de momentos
- 1.3 Realizar un diagrama de momentos para el diseño de elementos estructurales.
- 1.4 Realizar chequeos de corte en columnas y vigas.

### 2. Marco teórico

#### Introducción a Diagramas de Esfuerzos

En el análisis estructural de vigas y marcos, se calculan los diagramas de cortante (V) y momento flector (M) para cada combinación de cargas. Estos diagramas varían según la disposición de las cargas (especialmente las vivas, que pueden alternarse).

La envolvente de momentos (o diagrama envolvente) es la curva que representa los valores máximos (envolvente superior) y mínimos (envolvente inferior) de momento a lo largo del elemento, considerando todas las combinaciones de carga posibles. Se obtiene superponiendo los diagramas de momento de cada caso de carga y tomando el valor más crítico (máximo positivo o negativo) en cada sección.

Esto es fundamental porque el refuerzo longitudinal de una viga se diseña para resistir los momentos más desfavorables en cada punto, no solo uno solo.

#### Combinaciones de carga

Se refieren a la combinación de diferentes tipos de cargas que pueden actuar sobre una estructura de manera simultánea, multiplicadas por **factores de seguridad parciales**, para representar escenarios realistas y asegurar que la estructura pueda resistir diferentes condiciones. Estas combinaciones son esenciales para el diseño y análisis de estructuras, garantizando su estabilidad y seguridad. Al factor de seguridad se la llama “Factor de **“INCERTIDUMBRE”**”

- Tipos de Cargas:
  - **Carga Muerta** (M o D): Es el peso propio de la estructura, incluyendo elementos fijos como paredes, techos, etc. Se le llama Carga **Permanente**. Muerta en inglés es **Dead(D)**.
  - **Carga Viva** (V o L): Es el peso de los elementos que pueden variar, como personas, muebles, equipos, etc. Llamada Carga **NO** Permanente. Viva en inglés es **Live(L)**.
  - **Carga de Viento** (W o QW): Es la fuerza ejercida por el viento sobre la estructura. Viento en inglés **Wind(W)/ Viento Rápido (Quick Wind)**.
  - **Carga Sísmica** (S): Es la fuerza resultante de un terremoto.

Se utilizan combinaciones factorizadas según normas como ACI 318, NTC (Normas Técnicas Complementarias) o equivalentes locales (ej. AGIES, NSE). Ejemplos comunes (método de diseño por resistencia).

| Tipo de carga                     | Símbolo en la combinación | Referencia    |
|-----------------------------------|---------------------------|---------------|
| Cargas muertas                    | <b>M</b>                  | Capítulo 2    |
| Cargas vivas                      | <b>V</b>                  | Capítulo 3    |
| Cargas vivas de techo             | <b>V<sub>t</sub></b>      | Capítulo 3    |
| Carga sísmica horizontal          | <b>S<sub>hd</sub></b>     | Capítulo 4    |
| Carga sísmica vertical            | <b>S<sub>vd</sub></b>     | Sección 4.5.9 |
| Cargas de viento                  | <b>W</b>                  | Capítulo 5    |
| Cargas de tefra volcánica         | <b>A<sub>R</sub></b>      | Sección 6.1   |
| Presión de fluidos                | <b>F</b>                  | Sección 6.2   |
| Presiones de material a granel    | <b>G</b>                  | Sección 6.3   |
| Empujes de suelos                 | <b>G</b>                  | Sección 6.4   |
| Sub-presiones hidrostáticas       | <b>G</b>                  | Sección 6.5   |
| Cargas de lluvia                  | <b>P<sub>L</sub></b>      | Sección 6.6   |
| Efectos de cambios de temperatura | <b>T</b>                  | Sección 6.7   |
| Carga de impacto                  | <b>I<sub>p</sub></b>      | Sección 7.2   |
| Carga de explosión                | <b>X</b>                  | Sección 7.3   |

Tabla 8.2.4-1 de NSE 2

### Selección de combinaciones de carga

- Método de diseño por resistencia

Estas normas utilizan en general este método de diseño estructural, conocido también como “método de diseño por factores de carga y resistencia” (Load and Resistance Factor Design, **LRFD** por sus siglas en inglés), EL método Compara una **combinación de cargas factorada o mayorada** con una resistencia nominal del componente estructural, reducida por un factor de confiabilidad que **depende del sistema constructivo y el tipo de esfuerzo**, el cual asegura que **la fuerza real que soporta una estructura siempre sea mayor o igual a la fuerza que le exigen las cargas externas**. Permite una aproximación más selectiva a las incertidumbres de los distintos tipos de carga y los diferentes tipos de esfuerzos.

En forma de ecuación, se expresa como:

$$\begin{array}{c}
 \text{Required Strength based} \\
 \text{on factored loads applied in} \\
 \text{LRFD load combinations} \rightarrow R_a \leq \underbrace{\Phi R_n}_{\substack{\text{Resistance Factor specific to} \\ \text{a particular limit state} \\ \text{Nominal Strength} \\ \text{Design Strength = Available Strength}}}
 \end{array}$$

$R_a$  = (Resistencia Requerida)

$\Phi$  = (Factor de Resistencia)

$R_n$  = (Resistencia Nominal)

$\Phi R_n$  = (Resistencia de Diseño)

La resistencia nominal se reduce, pero se reduce por un factor de resistencia  $\Phi$  que está configurado para un tipo de material específico (acero, hormigón de madera, etc.) bajo un tipo de carga específico (flexión, tensión, compresión, etc.) y, a menudo, para un tipo específico de modo de falla o estado límite (dúctil, frágil, ruptura del hormigón, falla de la unión epoxi, etc.).

El factor de resistencia también puede tener en cuenta las variaciones conocidas en los supuestos de diseño y los factores de fabricación o instalación que, según se sabe, tienen un posible impacto negativo en la resistencia disponible. La resistencia disponible en LRFD ( $\Phi R_n$ ) sigue siendo significativamente mayor que la resistencia disponible en ASD (Diseño por Resistencia Admisible) ( $R_n/\Omega$ ).

En el Capítulo 8 de la norma AGIES NSE 2.(Norma de Seguridad Estructural), proporciona combinaciones y considera la probabilidad de combinaciones simultáneas reduciendo algunas de sus magnitudes.

- **Combinaciones de Cargas Verticales para CARGAS POR GRAVEDAD:**

$$\begin{aligned}
 & \text{I) } 1.4M \\
 & \text{II) } 1.2M + 1.6V + 0.5(Vt \text{ o bien } Pl \text{ o bien } A_R) \\
 & \text{III) } 1.2M + V + 1.6(Vt \text{ o bien } Pl \text{ o bien } A_R) \\
 & \text{IV) } 1.2M + V + S \\
 & \text{V) } 1.2M + V - S \\
 & \text{VI) } 0.9M + S \\
 & \text{VII) } 0.9M - S
 \end{aligned}$$

**M:** Carga Muerta:  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$

**V:** Carga Viva:  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$

**Vt:** Carga de techo:  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$

**A<sub>R</sub>:** Carga de tefra volcánica o material fragmentado de origen volcánico (arena volcánica aerotransportada):  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$

**Pl:** Carga de lluvia:  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$ ?

**S<sub>hd</sub>:** carga sísmica horizontal:  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$

**S<sub>vd</sub>:** carga sísmica vertical:  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$

**S:** carga sísmica:  $[\text{Kg}/\text{m}^2] : [\text{Kg}/\text{cm}^2] : [\text{Lb}/\text{ft}^2] : [\text{Lb}/\text{plg}^2]$

**Nota:**

Debido que el código NSE-2-2018 AGIES, sección 8.3.2, carga por gravedad, sólo especifica el tipo de combinaciones para cargas por gravedad, se usarán estos mismos factores para el cálculo de las combinaciones de momentos, sustituyendo M (en combinaciones de momentos para las diferentes cargas) de la siguiente manera:

- Combinaciones de MOMENTOS VERTICALES para CARGAS:

$$I) 1.4M_{cm}$$

$$II) 1.2M_{cm} + 1.6M_{cv} + 0.5 (M_{vt} \text{ o bien } M_{pl} \text{ o bien } M_{AR})$$

$$III) 1.2M_{cm} + M_{cv} + 1.6 (M_{vt} \text{ o bien } M_{pl} \text{ o bien } M_{AR})$$

$$IV) 1.2M_{cm} + M_{cv} + M_{cs}$$

$$V) 1.2M_{cm} + M_{cv} - M_{cs}$$

$$VI) 0.9 M_{cm} + M_{cs}$$

$M_{cm}$ : Momento para carga muerta: [ Kg\*m ]: [ Kg\*cm ]: [ Ton\*m ]

$M_{cv}$ : Momento para carga viva: [ Kg\*m ]: [ Kg\*cm ]: [ Ton\*m ]

$M_{cs}$ : Momento para carga de sismo: [ Kg\*m ]: [ Kg\*cm ]: [ Ton\*m ]

$M_{vt}$ : Momento para carga de techo: [ Kg\*m ]: [ Kg\*cm ]: [ Ton\*m ]

$M_{pl}$ : Momento para carga de lluvia: [ Kg\*m ]: [ Kg\*cm ]: [ Ton\*m ]

$M_{AR}$ : Momento para carga de tefra volcánica: [ Kg\*m ]: [ Kg\*cm ]: [ Ton\*m ]

- **Método de esfuerzos de servicio**

Conocido también como “Diseño por Resistencia Admisible” (Allowable Stress Design, ASD por sus siglas en inglés). En los casos en que las normas de la serie NSE 7, u otras normas NSE, aún especifiquen el método de esfuerzos de servicio o esfuerzos permisibles, para diseñar el sistema constructivo respectivo, se utilizarán las combinaciones de la sección 8.4. El método compara una combinación de cargas con una resistencia nominal dividida por un factor de seguridad. las ediciones de normas NSE desde 2010 ya no utilizan esta metodología excepto en aspectos geotécnicos. puede permanecer para algunos sistemas constructivos pendientes de actualización.

Al factor de seguridad “ $\Omega$ ” se le llama “Factor de **INCERTIDUMBRE**”

En forma de ecuación, esto se expresa como:

$$\begin{array}{l} \text{Required Strength based} \\ \text{on actual loads applied in} \\ \text{ASD load combinations} \end{array} \rightarrow R_a \leq \underbrace{\frac{R_n}{\Omega}}_{\text{Allowable Strength = Available Strength}}$$

Nominal Strength  
Factor of Safety

$R_a$  = (Resistencia Requerida)

$\Omega$  = (Factor de seguridad- omega)

$R_n$  = (Resistencia Nominal)

$\frac{R_n}{\Omega}$  = (Resistencia de Diseño)

La NSE 2 proporciona combinaciones y considera la probabilidad de combinaciones simultáneas reduciendo algunas de sus magnitudes.

$$\begin{aligned}
 &M + V \\
 &M + (Vt, Pl, A_R) \\
 &M + (Vt, Pl, A_R) \\
 &M + 0.7 S \\
 &M - 0.7 S \\
 &M + 0.75 V + 0.75 * 0.7 S \\
 &M + 0.75 V - 0.75 * 0.7 S \\
 &0.80M + 0.7 S \\
 &0.80M - 0.7 S
 \end{aligned}$$

**M:** Carga Muerta: [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]

**V:** Carga Viva: [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]

**Vt:** Carga de techo: [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]

**A<sub>R</sub>:** Carga de tefra volcánica o material fragmentado de origen volcánico (arena volcánica aerotransportada) : [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]

**PI:** Carga de lluvia: [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]?

**S<sub>hd</sub> :** carga sísmica horizontal: [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]

**S<sub>vd</sub>:** carga sísmica vertical: [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]

**S:** carga sísmica: [Kg/m²] : [Kg/cm²] : [Lb/ft²] : [Lb/plg²]

### Envolvente de momentos

La envolvente de momentos se puede entender como la representación de los esfuerzos máximos que se presentan al superponer los efectos de las 3 cargas actuantes: carga muerta, carga viva y carga por sismo. Para tomar en cuenta la superposición de efectos, la norma AGIES 2018 NSE 2, capítulo 8, sección 8.3.2 y 8.3.3, se nos presentan las combinaciones a utilizar. Se usarán las combinaciones del método de diseño por resistencia (**LRFD**)

### Cortes últimos

Para calcular los cortes en los marcos, se utilizan las siguientes ecuaciones:

### Vigas

En las vigas la fuerza cortante ocurre en su sección transversal, se calcula al considerar todos los esfuerzos verticales que se generan producto de los momentos en los extremos y cargas gravitacionales. De acuerdo con la siguiente fórmula se calcula esta fuerza en el extremo de la viga, donde ocurre el valor máximo del esfuerzo cortante.

$$V_v = \frac{MI + MD}{L} + \frac{(1.2C_m + 1.0C_v) * L}{2}$$

Donde:

**Vn = corte último en vigas (ton)**

**MI = Momento izquierdo (Ton\*m)**

**MD = Momento derecho (Ton\*m)**

**L = Longitud de la viga (m)**

**Cm = Carga muerta sobre la viga (Ton/m)**

**Cv = Carga viva sobre la viga (Ton/m)**

## Columnas

$$V_c = \frac{\sum_{i=1}^n M_{col}}{L} \text{ (Ton)}$$

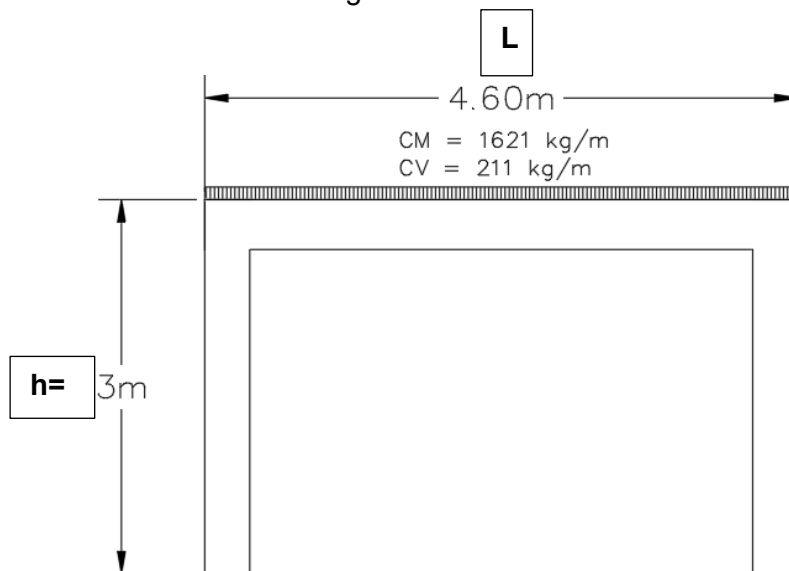
Vc = Corte último en columnas (Ton)

Mcol = Momento de columnas (Ton \* m)

L = Largo de la columna (m)

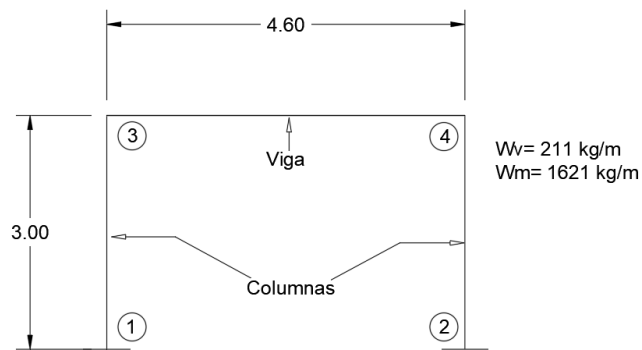
## 3.Ejemplo:

Para el marco que a continuación se presenta, se obtuvieron los siguientes resultados del análisis estructural, realizar la envolvente de momentos para encontrar los valores de diseño. Realizar el cálculo mediante el método LRFD. FACTOR: 1 Ton/ 1000Kg

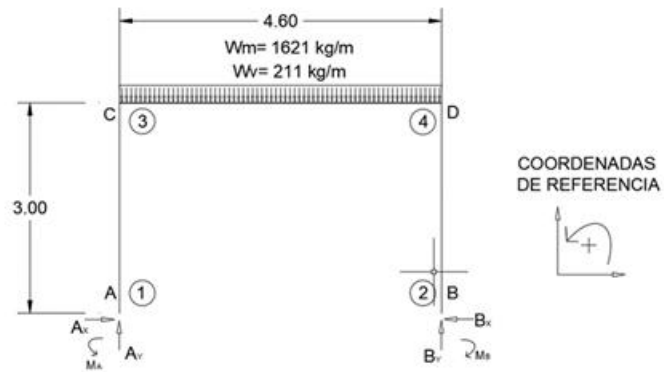


1) Marco propuesto

## 2) Identificación de elementos estructurales y nudos



## 3) Identificación de reacciones en apoyos para ambas cargas (D.C.L.)



## ESQUEMAS DE VIGAS Y COLUMNAS

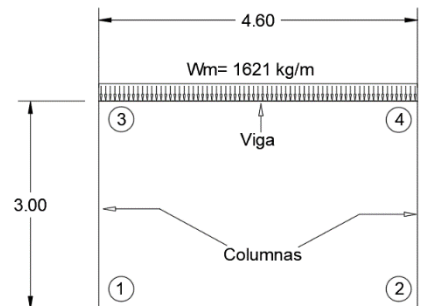
$$\text{Factor} = \frac{1 \text{ ton}}{1000 \text{ kg}}$$

Cargas que actúan en el marco.

### a) carga muerta ( $W_m$ )

$$W_m = 1621 \text{ kg/m} = 1.621 \text{ ton/m}$$

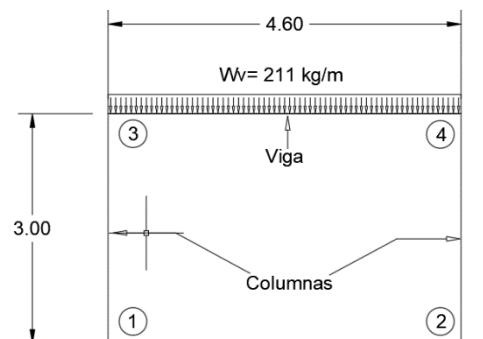
$$W_m = 1.621 \text{ ton/m}$$



### b) carga viva ( $W_v$ )

$$W_v = 211 \text{ kg/m} = 0.211 \text{ ton/m}$$

$$W_v = 0.211 \text{ ton/m}$$



**c) Carga de sismo distribuida ( $W_s$ ) y puntual ( $P_s$ )**

**VIGAS**

$$W_s = 20\% W_t$$

$$W_t = W_m + W_v$$

$$W_t = 1621 \text{ kg/m} + 211 \text{ kg/m}$$

$$W_t = 1832 \text{ kg/m} = 1.832 \text{ ton/m}$$

$$P_t = 1832 \text{ kg/m} * L$$

$$P_t = 1832 \text{ kg/m} * 4.60 \text{ m}$$

$$P_t = 8427.20 \text{ Kg} = 8.4272 \text{ Ton}$$

**COLUMNAS:**

$$\text{Factor} = \frac{1 \text{ ton}}{1000 \text{ kg}}$$

$$p_s = 0.20 * P_t$$

$$p_s = 0.20 * 8427.20 \text{ kg}$$

$$p_s = 1685.44 \text{ kg}$$

$$p_s = 1685.44 \text{ kg} * \frac{1 \text{ ton}}{1000 \text{ kg}}$$

$$p_s = 1.685 \text{ ton}$$

**VIGAS**

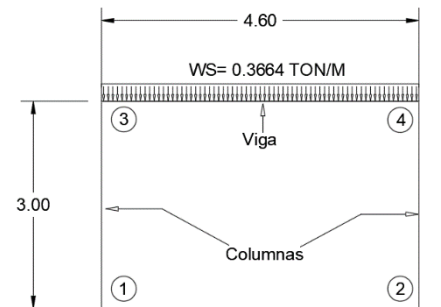
$$W_s = 0.20 * W_t$$

$$W_s = 0.20 * 1832 \text{ kg/m}$$

$$W_s = 366.40 \text{ kg/m}$$

$$W_s = 366.40 \text{ kg/m} * \frac{1 \text{ ton}}{1000 \text{ kg}}$$

$$W_s = 0.3664 \text{ ton/m}$$

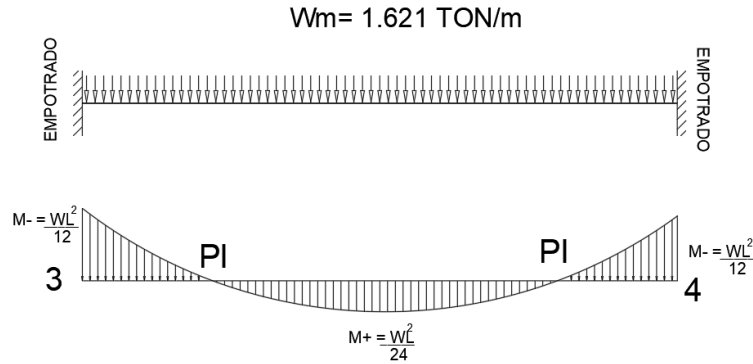


## Cálculo de momentos

- Cálculos para llenar tabla de momentos, para vigas y columnas según tipo de empotrado.

### VIGAS

#### Marco con carga muerta



#### Momento negativo nudo 3

$M(-)EF_{NUDO3}$ : Momento de Extremo Fijo NUDO 3:

$$M(-)EF_{NUDO3} = \frac{W_{cm} * L^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO3} = \frac{1.621 \text{ ton/m} * 4.60\text{m}^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO3} = \frac{34.3004 \text{ ton} * \text{m}}{12} = 2.858 \text{ ton} * \text{m}$$

#### Momento positivo entre nudos 3 y 4

$M(+)EF_{NUDOS 3-4}$ : Momento de Extremo Fijo NUDOS 3 – 4:

$$M(+)NUDO3-4 = \frac{W_{cm} * L^2}{24}$$

$$M(+)NUDO3-4 = \frac{1.621 \text{ ton/m} * 4.60\text{m}^2}{24}$$

$$M(+)NUDO3-4 = \frac{34.3004 \text{ ton} * \text{m}}{24} = 1.429 \text{ ton} * \text{m}$$

Momento negativo en el nudo 4

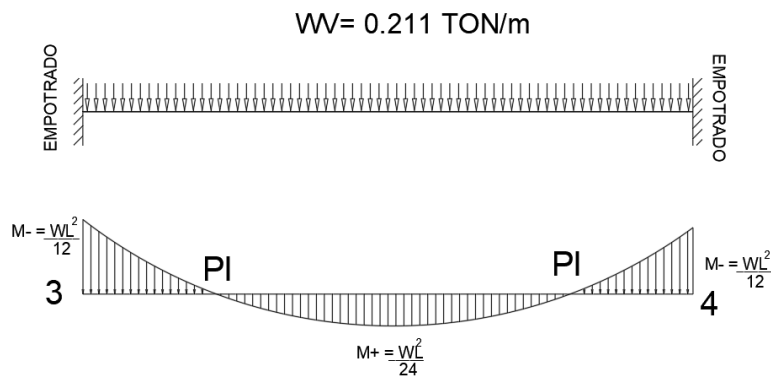
$M(-)EF_{NUDO\ 4}$ : Momento de Extremo Fijo NUDO 4:

$$M(-)EF_{NUDO\ 4} = \frac{W_{cm} * L^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO\ 4} = \frac{1.621\ ton/m * 4.60m^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO\ 4} = \frac{34.3004\ ton * m}{12} = 2.858\ ton * m$$

Marco con carga viva



Momento negativo nudo 3

$M(-)EF_{NUDO\ 3}$ : Momento de Extremo Fijo NUDO 3:

$$M(-)EF_{NUDO\ 3} = \frac{W_{cv} * L^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO\ 3} = \frac{0.211\ ton/m * 4.60m^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO\ 3} = \frac{4.4648\ ton * m}{12} = 0.3721\ ton * m$$

Momento positivo entre nudos 3 y 4

$M(+ )EF_{NUDOS\ 3-4}$ : Momento de Extremo Fijo NUDOS 3 – 4:

$$M(+ )_{NUDO\ 3-4} = \frac{W_{cv} * L^2}{24}$$

$$M(+ )_{NUDO\ 3-4} = \frac{0.211\ ton/m * 4.60m^2}{24}$$

$$M(+ )_{NUDO\ 3-4} = \frac{4.4648\ ton * m}{24} = 0.186\ ton * m$$

Momento negativo en el nudo 4

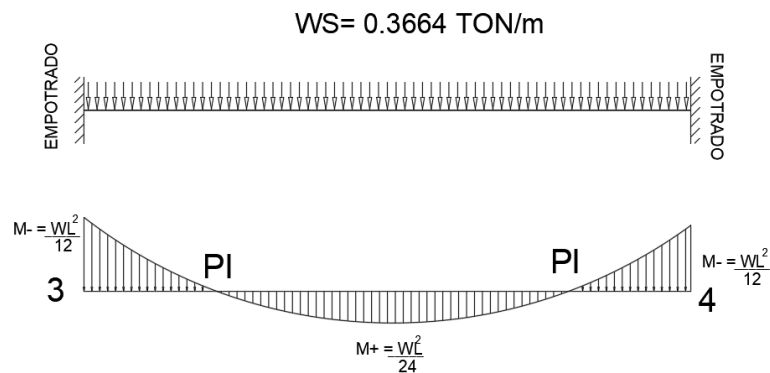
$M(-)EF_{NUDO\ 4}$ : Momento de Extremo Fijo NUDO 4:

$$M(-)EF_{NUDO4} = \frac{W_{cv} * L^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO4} = \frac{0.211 \text{ ton/m} * 4.60m^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO4} = \frac{4.4648 \text{ ton} * m}{12} = 0.3721 \text{ ton} * m$$

**Marco con carga de sismo**



Nota:

En las columnas usar carga puntual  $P_s$ .

Utilizando carga distribuida  $W_s$ , tenemos:

Momento negativo en el nudo 3

$M(-)EF_{NUDO\ 3}$ : Momento de Extremo Fijo NUDO 3:

$$M(-)EF_{NUDO3} = \frac{W_s * L^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO3} = \frac{0.3664 \text{ ton/m} * 4.60m^2}{12}$$

$$M(-)EF_{NUDO3} = \frac{7.75302 \text{ ton} * m}{12} = 0.6461 \text{ ton} * m$$

Momento positivo entre nudos 3 y 4

$M(+)\text{EF}_{\text{NUDOS } 3-4}$ : Momento de Extremo Fijo NUDOS 3 – 4:

$$M(+)\text{NUDO } 3-4 = \frac{W_s * L^2}{24}$$

$$M(+)\text{NUDO } 3-4 = \frac{0.3664 \text{ ton/m} * 4.60 \text{ m}^2}{24}$$

$$M(+)\text{NUDO } 3-4 = \frac{7.75302 \text{ ton} * \text{m}}{24} = 0.323 \text{ ton} * \text{m}$$

Momento negativo en el nudo 4

$M(-)\text{EF}_{\text{NUDO } 4}$ : Momento de Extremo Fijo NUDO 4:

$$M(-)\text{EF}_{\text{NUDO } 4} = \frac{W_s * L^2}{12}$$

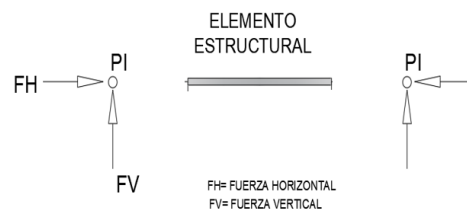
$$M(-)\text{EF}_{\text{NUDO } 4} = \frac{0.3664 \text{ ton/m} * 4.60 \text{ m}^2}{12}$$

$$M(-)\text{EF}_{\text{NUDO } 4} = \frac{7.75302 \text{ ton} * \text{m}}{12} = 0.6461 \text{ ton} * \text{m}$$

## Puntos de Inflexión

Es importante recordar el tema Puntos de Inflexión, mencionado anteriormente:

Definición: Punto de inflexión PI, es el punto del elemento estructural donde el momento es cero.



Fórmula para calcular los puntos de inflexión  $PI_1$  y  $PI_2$

$$PI_1 = PI_2 = 0.21 * L$$

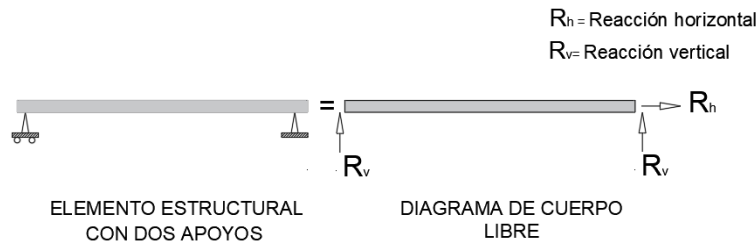
Cálculo de los puntos de inflexión  $PI_1$  y  $PI_2$

$$PI_1 = PI_2 = 0.21 * 4.60 \text{ m} = 0.966 \text{ m} \approx 1 \text{ m}$$

$$PI_1 = PI_2 = 1 \text{ m}$$

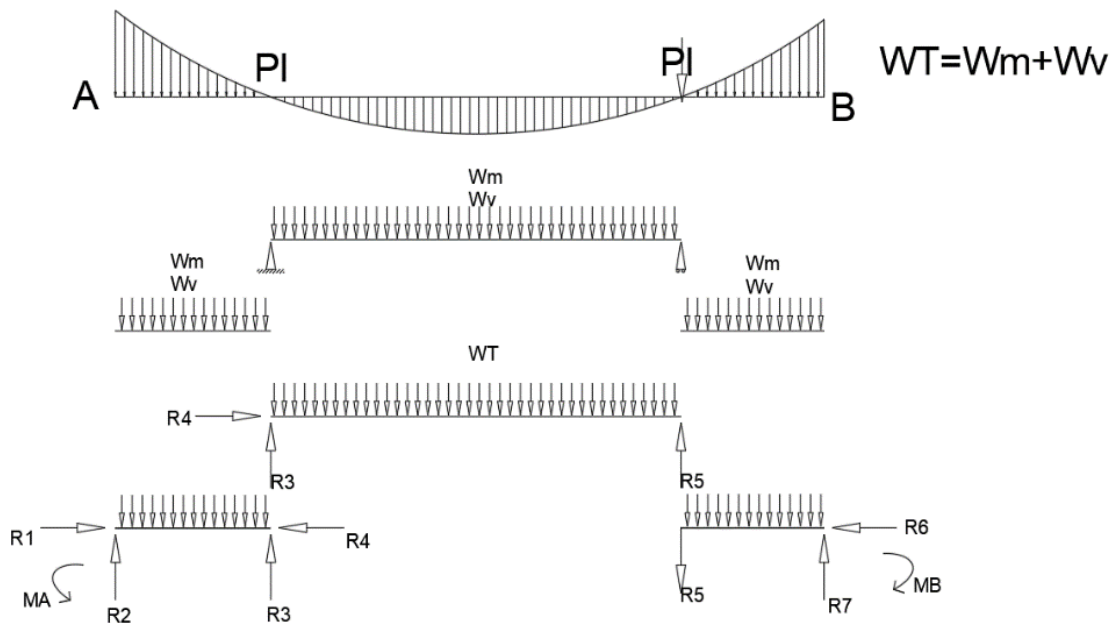
Nota:

Estos puntos de inflexión son útiles para aplicar el método de superposición, para una estructura estáticamente indeterminada, equivalente a un apoyo articulado de un extremos y rodo en el otro extremo.



Observación: se tomó la carga distribuida  $W_s$ , a lo largo de la viga, porque se considera el sismo trepidante, que puede generar inversión de momentos tanto la carga viva ( $W_{cv}$ ) como la carga muerta ( $W_{cm}$ ) siempre estarán presentes.

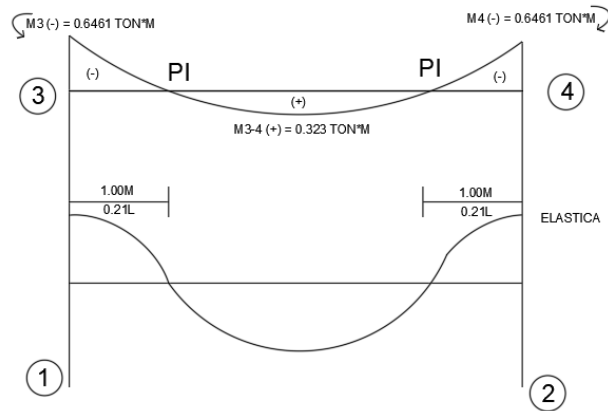
Para el método de superposición en un elemento estructural, los puntos de inflexión representan apoyos articulados en un extremo y como rodos en el otro extremo, de la siguiente manera:



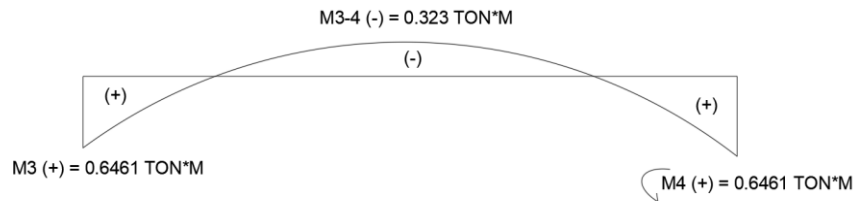
Esquema de una estructura estáticamente indeterminada con superposición de la misma.

## Caso típico de inversión de momentos en carga de sismo.

Momento típico sin inversión de momento en el marco.



Momento con inversión de momento



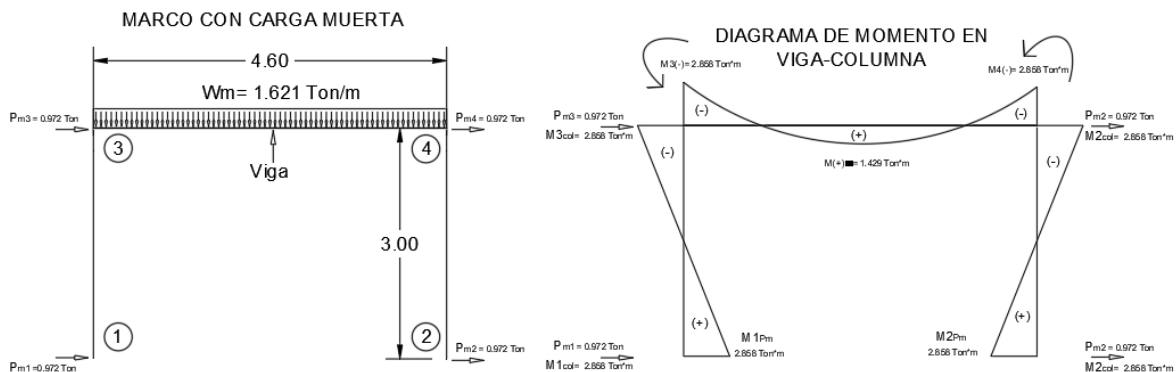
## COLUMNAS

Cuando sólo se conocen los momentos de extremo fijo de la viga, es necesario calcular los coeficientes del momento que se desplaza de la viga a la columna, los cuales deben ser iguales, teniendo ambos momentos de inercia iguales.

Calculando los coeficientes de los momentos en columnas de nudos 1-3 y 2-4 del marco con carga muerta, en función de los momentos de la viga 3-4

## MARCOS CON CARGA MUERTA

- Coeficientes para el momento den el nudo 3



$P_{m3}$ : Es la carga muerta puntual de la columna en el nudo 3.

$$P_{m3} = 0.20 * W_m * h = P_s$$

$$P_{m3} = 0.20 * 1.621 \text{ Ton/m} * h$$

$$P_{m3} = 0.324 \text{ Ton/m} * 3\text{m} = 0.972 \text{ Ton}$$

$$P_{m3} = 0.972 \text{ Ton} = P_{m1} = P_{m2} = P_{m4}$$

- Cálculo de los coeficientes de momento en columna de nudos 1-3 para el nudo 3.

El momento negativo para el nudo 3 de la viga respecto a la carga muerta es de:

$$M(-)_{NUDO3} = 2.858 \text{ ton} * m$$

$$Mm(-)_{columna} = \frac{P_{m3} * h}{K_3} = M(-)_{3viga} = 2.858 \text{ ton} * m$$

Para:

$$P_{m3} = 0.972 \text{ Ton}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$K_3 = ?$$

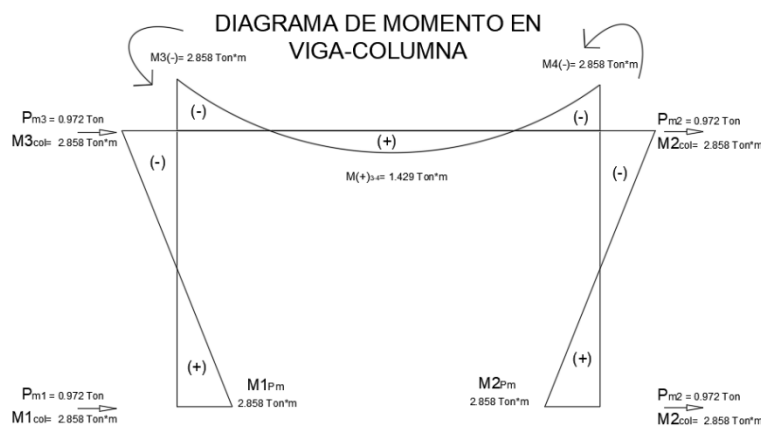
$$2.858 \text{ ton} * m = \frac{0.972 \text{ Ton} * 3\text{m}}{K_3}$$

$$K_3 = \frac{0.972 \text{ Ton} * 3\text{m}}{2.858 \text{ ton} * m} = 1.02 = 1 \frac{2}{100} = \frac{51}{50}$$

Momento negativo de Extremo Fijo, en el nudo 3(  $M_{superior}$ ) y nudo1( $M_{inferior}$ ) para la columna en el marco con carga muerta:

$$MEF(-)_{3columna} = \frac{50 * P_{m3} * h}{51} = MEF(+)_1_{columna}$$

Cálculo de los momentos



Nota: se asume una carga puntual " $P_s$ " debido a que el sismo se aplica lateralmente en los nudos del marco.

Momento negativo en el nudo 3

$$MEF(-)_{(3)} = \frac{50 * Pm_3 * h}{51}$$

$$MEF(-)_{(3)} = \frac{50 * 0.972 \text{Ton} * 3\text{m}}{51} = 2.858 \text{Ton} * \text{m}$$

$$\therefore M(-)_{3\text{columna}} = M(-)_{3\text{viga}} = 2.858 \text{ton} * \text{m}$$

Momento positivo en el nudo 1

$$MEF(+)(1) = \frac{50 * Pm_3 * h}{51}$$

$$MEF(+)(1) = \frac{50 * 0.972 \text{Ton} * 3\text{m}}{51} = 2.858 \text{Ton} * \text{m}$$

$$\therefore M(+)(1\text{columna}) = M(-)_{3\text{columna}} = 2.858 \text{ton} * \text{m}$$

Momento negativo en el nudo 4

$$MEF(-)_{(4)} = \frac{50 * Pm_3 * h}{51}$$

$$MEF(-)_{(4)} = \frac{50 * 0.972 \text{Ton} * 3\text{m}}{51} = 2.858 \text{Ton} * \text{m}$$

$$\therefore M(-)_{4\text{columna}} = M(-)_{4\text{viga}} = 2.858 \text{ton} * \text{m}$$

Momento positivo en el nudo 2

$$MEF(+)(2) = \frac{50 * Pm_3 * h}{51}$$

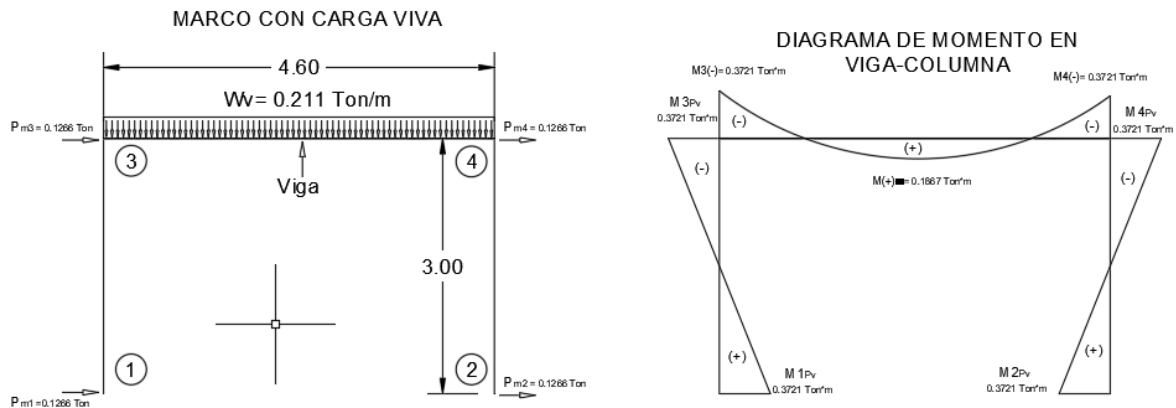
$$MEF(+)(2) = \frac{50 * 0.972 \text{Ton} * 3\text{m}}{51} = 2.858 \text{Ton} * \text{m}$$

$$\therefore M(+)(2\text{columna}) = M(-)_{4\text{columna}} = 2.858 \text{ton} * \text{m}$$

## MARCO CON CARGA VIVA

Cálculo de los coeficientes de los momentos en las columnas 1-3 y 2-4 del marco con carga viva en función de los momentos en la viga 3-4

- Coeficiente para el momento del nudo 3



$P_{v3}$ : Es la carga viva puntual de la columna en el nudo 3.

$$P_{v3} = 0.20 * W_v * h = P_s$$

$$P_{v3} = 0.20 * 0.211 \text{ Ton/m} * h$$

$$P_{v3} = 0.0422 \text{ Ton/m} * 3\text{m} = 0.1266 \text{ Ton} = P_s = \text{carga puntual del sismo}$$

$$P_{v3} = 0.1266 \text{ Ton} = P_{v1} = P_{v2} = P_{v4}$$

- Cálculo de los coeficientes de momento en columnas de nudos 1-3 para el nudo 3

El momento negativo para el nudo 3 de la viga respecto a la carga viva es de:

$$M(-)_{\text{NUDO3}} = 0.3721 \text{ ton} * m$$

$$Mv(-)_{\text{columna}} = \frac{P_{v3} * h}{K_3} = M(-)_{\text{viga}} = 0.3721 \text{ ton} * m$$

Para:

$$P_{v3} = 0.1266 \text{ Ton}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$K_3 = ?$$

$$0.3721 \text{ ton} * m = \frac{0.1266 \text{ Ton} * 3\text{m}}{K_3}$$

$$K_3 = \frac{0.1266 \text{ Ton} * 3\text{m}}{0.3721 \text{ ton} * m} = 1.02 = 1 \frac{2}{100} = \frac{51}{50}$$

Momento negativo en el nudo 3 para la columna en el marco con carga viva

$$MEF(-)_{\text{columna}} = \frac{50 * P_{v3} * h}{51} = MEF(+)_1$$

Momento negativo en el nudo 3

$$Mef(-)_{(3)} = \frac{50 * P_{v3} * h}{51}$$

$$MEF(-)_{(3)} = \frac{50 * 0.1266 \text{ Ton} * 3\text{m}}{51} = 0.3721 \text{ Ton} * m$$

$$M(-)_{\text{columna}} = M(-)_{\text{viga}} = 0.3721 \text{ ton} * m$$

Momento positivo en el nudo 1

$$MEF(+)_1 = \frac{50 * P_{v1} * h}{51}$$

$$MEF(+)_1 = \frac{50 * 0.1266 \text{ Ton} * 3\text{m}}{51} = 0.3721 \text{ Ton} * m$$

$$M(+)_1 \text{ columna} = M(-)_3 \text{ columna} = 0.3721 \text{ ton} * m$$

Momento negativo en el nudo 4

$$MEF(-)_{(4)} = \frac{50 * P_{v4} * h}{51}$$

$$MEF(-)_{(4)} = \frac{50 * 0.1266 \text{ Ton} * 3\text{m}}{51} = 0.3721 \text{ Ton} * m$$

$$M(-)_4 \text{ columna} = M(-)_4 \text{ viga} = 0.3721 \text{ ton} * m$$

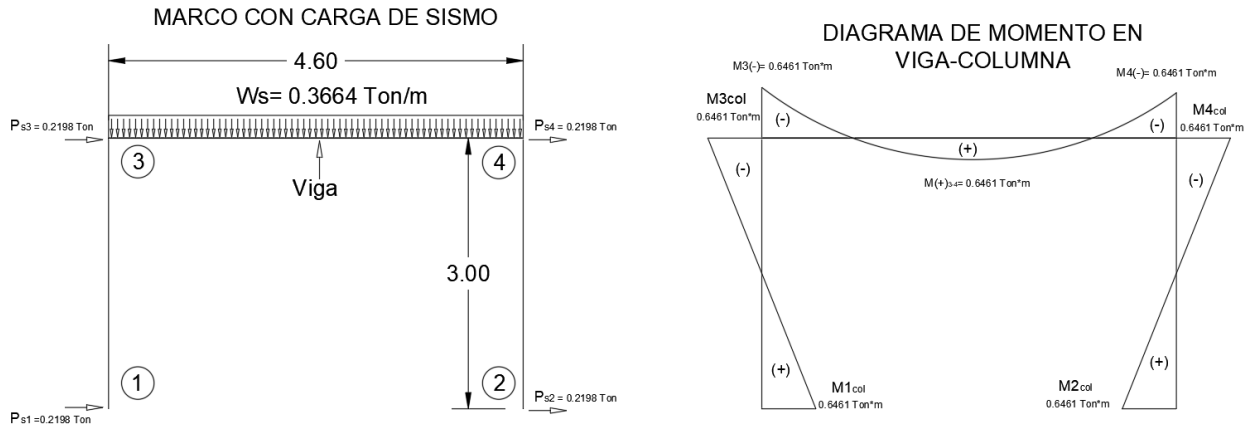
Momento positivo en el nudo 2

$$MEF(+)(2) = \frac{50 * Pv * h}{51}$$

$$MEF(+)(2) = \frac{50 * 0.1266Ton * 3m}{51} = 0.3721Ton * m$$

$$M(+)(2)_{columna} = M(-)(4)_{columna} = 0.3721 ton * m$$

## MARCO CON CARGA DE SISMO



Cálculo de los coeficientes de momentos en las columnas 1-3 y 2-4 del marco con carga de sismo en función de los momentos en viga 3-4

- Coeficientes para el momento en nudo 3

$$Ps3 = 0.20 * Ws * h$$

$$Ps3 = 0.20 * 0.3664 \text{ Ton/m} * h$$

$$Ps3 = 0.3664 \text{ Ton} * 3m = 0.21984 \text{ Ton} * m = Ps = 0.2198 \text{ Ton} * m$$

- Cálculo de los coeficientes de momento en columnas de nudos 1-3 para el nudo 3

El momento negativo para el nudo 3 de la viga respecto a la carga de sismo es de:

$$Ms(-)_{NUDO3} = 0.6461 \text{ ton} * m$$

$$Ms(-)_{columna} = \frac{Ps3 * h}{K3} = M(-)_{3viga} = 0.6461 \text{ ton} * m$$

Para:

$$Ps3 = 0.2198 \text{ Ton}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$K3 = ?$$

$$0.6461 \text{ ton} * m = \frac{0.2198 \text{ Ton} * 3m}{K3}$$

$$K3 = \frac{0.2198 \text{ Ton} * 3m}{0.6461 \text{ ton} * m} = 1.02 = 1 \frac{2}{100} = \frac{51}{50}$$

Momento negativo en el nudo 3 para la columna en el marco con carga de sismo.

$$MEF(-)_{columna} = \frac{50 * Pv * h}{51}$$

Momento negativo en el nudo 3

$$MEF(-)_{(3)} = \frac{50 * Ps * h}{51}$$

$$MEF(-)_{(3)} = \frac{50 * 0.2198Ton * 3m}{51} = 0.6461Ton * m$$

$$M(-)_{3columna} = M(-)_{3viga} = 0.3721 ton * m$$

Momento positivo en el nudo 1

$$MEF(+)_{(1)} = \frac{50 * Ps * h}{51}$$

$$MEF(+)_{(1)} = \frac{50 * 0.2198Ton * 3m}{51} = 0.6461Ton * m$$

$$M(+)_1columna = M(-)_{3columna} = 0.6461 ton * m$$

Momento negativo en el nudo 4

$$MEF(-)_{(4)} = \frac{50 * Ps * h}{51}$$

$$MEF(-)_{(4)} = \frac{50 * 0.2198Ton * 3m}{51} = 0.6461Ton * m$$

$$M(-)_{4columna} = M(-)_{4viga} = 0.6461 ton * m$$

Momento positivo en el nudo 2

$$MEF(+)_{(2)} = \frac{50 * Ps * h}{51}$$

$$MEF(+)_{(2)} = \frac{50 * 0.2198Ton * 3m}{51} = 0.6461Ton * m$$

$$M(+)_2columna = M(-)_{4columna} = 0.6461 ton * m$$

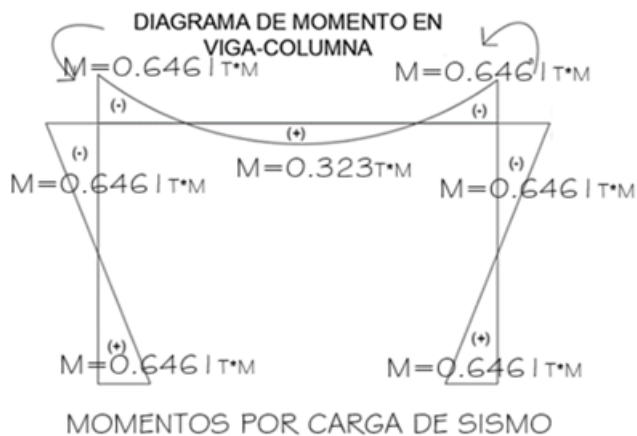
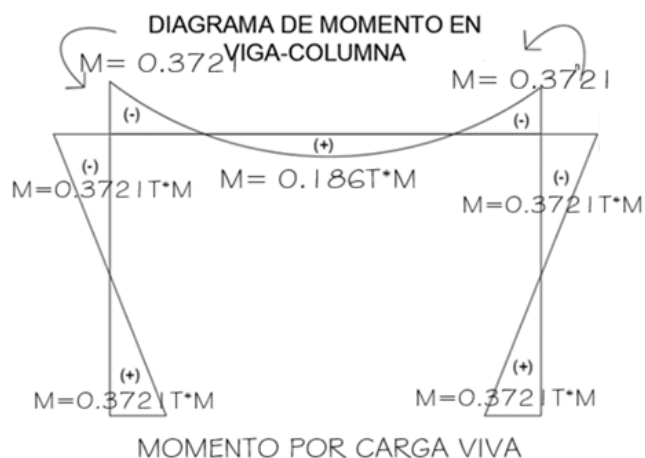
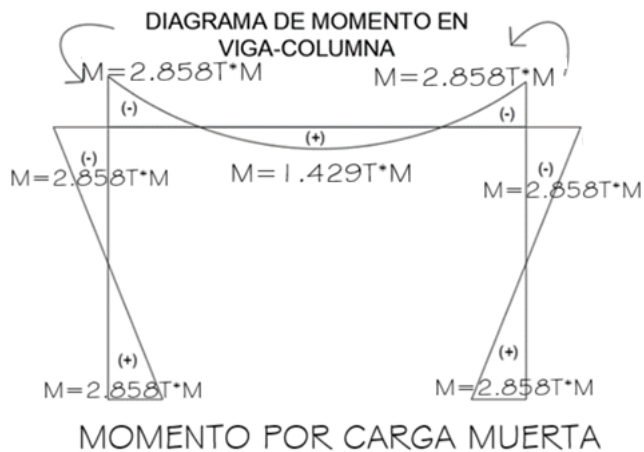
## Vigas

| CARGAS      | MUERTA ( $W_M$ )                               |                                          |                                                | VIVA ( $W_V$ )                                 |                                          |                                                | SISMO ( $W_S$ ) Y ( $P_S$ )                    |                                          |                                                |
|-------------|------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------|
| NUDOS       | 3                                              | 3--4                                     | 4                                              | 3                                              | 3--4                                     | 4                                              | 3                                              | 3--4                                     | 4                                              |
| FORMULA     | $\frac{M(-)_{IZQ}}{W_M * L^2} = \frac{12}{12}$ | $\frac{M(+)}{W_M * L^2} = \frac{24}{24}$ | $\frac{M(-)_{DER}}{W_M * L^2} = \frac{12}{12}$ | $\frac{M(-)_{IZQ}}{W_V * L^2} = \frac{12}{12}$ | $\frac{M(+)}{W_V * L^2} = \frac{24}{24}$ | $\frac{M(-)_{DER}}{W_V * L^2} = \frac{12}{12}$ | $\frac{M(-)_{IZQ}}{W_S * L^2} = \frac{12}{12}$ | $\frac{M(+)}{W_S * L^2} = \frac{24}{24}$ | $\frac{M(-)_{DER}}{W_S * L^2} = \frac{12}{12}$ |
| VALOR       | 2.858                                          | 1.429                                    | 2.858                                          | 0.3721                                         | 0.186                                    | 0.3721                                         | 0.6461                                         | 0.323                                    | 0.6461                                         |
| DIMENCIONAL | TON*M                                          | TON*M                                    | TON*M                                          | TON*M                                          | TON*M                                    | TON*M                                          | TON*M                                          | TON*M                                    | TON*M                                          |

## columnas

| CARGAS      | MUERTA ( $W_M$ )                  |                                   |                                   |                                   | VIVA ( $W_V$ )                    |                                   |                                   |                                   | SISMO ( $W_S$ ) Y ( $P_S$ )       |                                   |                                   |                                   |
|-------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| NUDOS       | 3                                 | 1                                 | 4                                 | 2                                 | 3                                 | 1                                 | 4                                 | 2                                 | 3                                 | 1                                 | 4                                 | 2                                 |
| FORMULA     | $\frac{M(-)_{SUP}}{50 * P_m * h}$ | $\frac{M(+)_{INF}}{50 * P_m * h}$ | $\frac{M(-)_{SUP}}{50 * P_m * h}$ | $\frac{M(+)_{INF}}{50 * P_m * h}$ | $\frac{M(-)_{SUP}}{50 * P_v * h}$ | $\frac{M(+)_{INF}}{50 * P_v * h}$ | $\frac{M(-)_{SUP}}{50 * P_v * h}$ | $\frac{M(+)_{INF}}{50 * P_v * h}$ | $\frac{M(-)_{SUP}}{50 * P_s * h}$ | $\frac{M(+)_{INF}}{50 * P_s * h}$ | $\frac{M(-)_{SUP}}{50 * P_s * h}$ | $\frac{M(+)_{INF}}{50 * P_s * h}$ |
|             | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                | 51                                |
| VALOR       | 2.858                             | 2.858                             | 2.858                             | 2.858                             | 0.3721                            | 0.3721                            | 0.3721                            | 0.3721                            | 0.6461                            | 0.6461                            | 0.6461                            | 0.6461                            |
| DIMENCIONAL | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             | TON*M                             |

\*Formulas especificas para este ejercicio, para generarlas ver indicaciones en este manual



**Combinaciones de MOMENTOS VERTICALES para CARGAS POR GRAVEDAD:**

$$I) 1.4M_{cm}$$

$$II) 1.2M_{cm} + 1.6M_{cv} + 0.5 (M_{vt} \text{ o bien } M_{pl} \text{ o bien } M_{AR})$$

$$III) 1.2M_{cm} + M_{cv} + 1.6 (M_{vt} \text{ o bien } M_{pl} \text{ o bien } M_{AR})$$

$$IV) 1.2M_{cm} + M_{cv} + M_{cs}$$

$$V) 1.2M_{cm} + M_{cv} - M_{cs}$$

$$VI) 0.9 M_{cm} + M_{cs}$$

$M_{cm}$ : Momento para carga muerta: [ Kg\*m]: [ Kg\*cm]: [ Ton\*m]

$M_{cv}$ : Momento para carga viva: [ Kg\*m]: [ Kg\*cm]: [ Ton\*m]

$M_{cs}$ : Momento para carga de sismo: [ Kg\*m]: [ Kg\*cm]: [ Ton\*m]

$M_{vt}$ : Momento para carga de techo: [ Kg\*m]: [ Kg\*cm]: [ Ton\*m]

$M_{pl}$ : Momento para carga de lluvia: [ Kg\*m]: [ Kg\*cm]: [ Ton\*m]

$M_{AR}$ : Momento para carga de tefra volcánica: [ Kg\*m]: [ Kg\*cm]: [ Ton\*m]

Para el momento negativo de la izquierda para la viga

$$M_u = 1.4 (2.858) = 4.001 \text{ ton-m}$$

$$M_u = 1.2 (2.858) + 1.6(0.3721) = 4.0249 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 1.2(2.858) + 0.3721 = 3.8017 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 1.2(2.858) + 0.3721 + 0.6461 = 4.4478 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 1.2(2.858) + 0.3721 - 0.6461 = 3.1556 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 0.9(2.858) + 0.6461 = 3.2183 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 0.9(2.858) - 0.6461 = 1.9261 \text{ ton - m}$$

Se toma el 4.4478 ton – m como valor de diseño para el momento negativo de la izquierda de la viga.

Para el momento negativo de la derecha para la viga

$$M_u = 1.4 (2.858) = 4.001 \text{ ton-m}$$

$$M_u = 1.2 (2.858) + 1.6(0.3721) = 4.0249 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 1.2(2.858) + 0.3721 = 3.8017 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 1.2(2.858) + 0.3721 + 0.6461 = 4.4478 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 1.2(2.858) + 0.3721 - 0.6461 = 3.1556 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 0.9(2.858) + 0.6461 = 3.2183 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 0.9(2.858) - 0.6461 = 1.9261 \text{ ton - m}$$

Se toma el 4.4478 ton – m como valor de diseño para el momento negativo de la derecha de la viga.

\* Se repite el proceso para la columna tanto para el momento superior como el momento inferior.

## CORTES

### VIGAS

Fuerza cortante en marcos por cargas

- Carga muerta más carga viva

Nudos 3 y 4

$$V_{viga} = \frac{M_{izq} + M_{der}}{L} + \frac{(1.2W_m + 1W_v) * L}{2}$$

$$M_{izq} = M_{mizq} + M_{vizq}$$

$$M_{der} = M_{mder} + M_{vder}$$

Donde:

$$W_m = 1.621 \text{ Ton/m}$$

$$W_v = 0.211 \text{ Ton/m}$$

$$M_{mizq} = 2.868 \text{ Ton} * m$$

$$M_{vizq} = 0.3721 \text{ Ton} * m$$

$$M_{mder} = 2.868 \text{ Ton} * m$$

$$M_{vder} = 0.3721 \text{ Ton} * m$$

$$L = 4.60m$$

Sustituyendo datos en ecuación tenemos que

$$V_{m+v \text{ 3-4}} = \frac{(2.868 + 0.3721) \text{ Ton} * m + (2.868 + 0.3721) \text{ Ton} * m}{4.60m} + \frac{(1.2 * 1.621 \text{ Ton/m} + 1 * 0.211 \text{ Ton/m}) * 4.60m}{2}$$

$$V_{m+v \text{ 3-4}} = \frac{6.4802 \text{ Ton/m}}{4.60m} + \frac{2.1562 \text{ Ton/m} * 4.60m}{2}$$

$$V_{m+v \text{ 3-4}} = \frac{6.4802 \text{ Ton}}{4.60} + \frac{9.9185 \text{ Ton}}{2}$$

$$V_{m+v \text{ 3-4}} = 1.4087 \text{ Ton} + 4.9593 \text{ Ton}$$

$$V_{m+v \text{ 3-4}} = 6.3680 \text{ Ton}$$

### Opción a

- Carga muerta: corte

$$V_{viga} = \frac{M_{mizq} + M_{mder}}{L} + \frac{(1.2W_m + 1W_v) * L}{2}$$

Donde:

$$W_m = 1.621 \text{ Ton} * m$$

$$W_v = 0.211 \text{ Ton} * m$$

$$M_{mizq} = 2.868 \text{ Ton} * m$$

$$M_{mder} = 2.868 \text{ Ton} * m$$

$$L = 4.60m$$

$$V_{m\ 3-4} = \frac{(2.868 + 2.868)Ton * m}{4.60m} + \frac{(1.2 * 1.621Ton/m + 1 * 0.211Ton/m) * 4.60m}{2}$$

$$V_{m\ 3-4} = \frac{5.736Ton/m}{4.60m} + \frac{2.1562 Ton/m * 4.60m}{2}$$

$$V_{m\ 3-4} = \frac{5.736Ton}{4.60} + \frac{9.9185 Ton}{2}$$

$$V_{m\ 3-4} = 1.2470 Ton + 4.9593 Ton$$

$$V_{m3-4} = 6.2063Ton$$

### **Opción b**

- Carga viva: corte

$$V_{viga} = \frac{M_{vizq} + M_{vder}}{L} + \frac{(1.2W_m + 1W_v) * L}{2}$$

Donde:

$$W_m = 1.621 Ton * m$$

$$W_v = 0.211 Ton * m$$

$$M_{mizq} = 0.3721 Ton * m$$

$$M_{mder} = 0.3721 Ton * m$$

$$L = 4.60m$$

$$V_{v\ 3-4} = \frac{(0.3721 + 0.3721)Ton * m}{4.60m} + \frac{(1.2 * 1.621Ton/m + 1 * 0.211Ton/m) * 4.60m}{2}$$

$$V_{v3-4} = \frac{0.7442Ton/m}{4.60m} + \frac{2.1562 Ton/m * 4.60m}{2}$$

$$V_{v\ 3-4} = 0.1618 Ton + 4.9593 Ton$$

$$V_{v\ 3-4} = 5.1211 Ton$$

- Carga por sismo

Nudos 3-4

Carga muerta más carga viva

$$W_s = 0.3664 Ton/m \text{ (20\% } W_T)$$

$$V_{sviga\ 3-4} = \frac{M_{szq} + M_{sder}}{L} + \frac{(1.2W_m + 1W_v) * L}{2}$$

Donde:

$$W_m = 1.621 Ton * m$$

$$W_v = 0.211 Ton * m$$

$$M_{sizq} = 0.6461 Ton * m$$

$$M_{sder} = 0.6461 Ton * m$$

$$L = 4.60m$$

$$V_{s3-4} = \frac{(0.6461 + 0.6461) \text{Ton} * m}{4.60m} + \frac{(1.2 * 1.621 \text{Ton}/m + 1 * 0.211 \text{Ton}/m) * 4.60m}{2}$$

$$V_{s3-4} = 0.2809 \text{ Ton} + 4.9593 \text{ Ton}$$

$$V_{s3-4} = 5.2402 \text{ Ton}$$

## CORTES

### COLUMNAS

Fuerza cortante en marcos por cargas

- Carga muerta

Nudos 3 y 1; 4 y 2

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = \frac{\sum_{i=1}^2 M_i}{h} = \frac{M_1 + M_2}{h}$$

Donde:

$$M_1 = M_{COLIZQ} = 2.858 \text{ Ton} * m$$

$$M_2 = M_{COLDER} = 2.858 \text{ Ton} * m$$

$$h = 3m$$

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = \frac{(2.858 + 2.858) \text{ Ton} * m}{3m}$$

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = 1.9053 \text{ Ton}$$

- Carga viva

Nudos 3 y 1; 4 y 2

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = \frac{\sum_{i=1}^2 M_i}{h} = \frac{M_1 + M_2}{h}$$

Donde:

$$M_1 = M_{COLIZQ} = 0.3721 \text{ Ton} * m$$

$$M_2 = M_{COLDER} = 0.3721 \text{ Ton} * m$$

$$h = 3m$$

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = \frac{(0.3721 + 0.3721) \text{ Ton} * m}{3m}$$

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = \frac{0.7442 \text{ Ton} * m}{3m}$$

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = 0.2481 \text{ Ton}$$

- Carga de sismo

Nudos 3 y 1; 4 y 2

$$V_{3-1 y 4-2}^{col} = \frac{\sum_{i=1}^2 M_i}{h} = \frac{M_1 + M_2}{h}$$

Donde:

$$M_1 = M_{COLIZQ} = 0.6461 \text{ Ton} * m$$

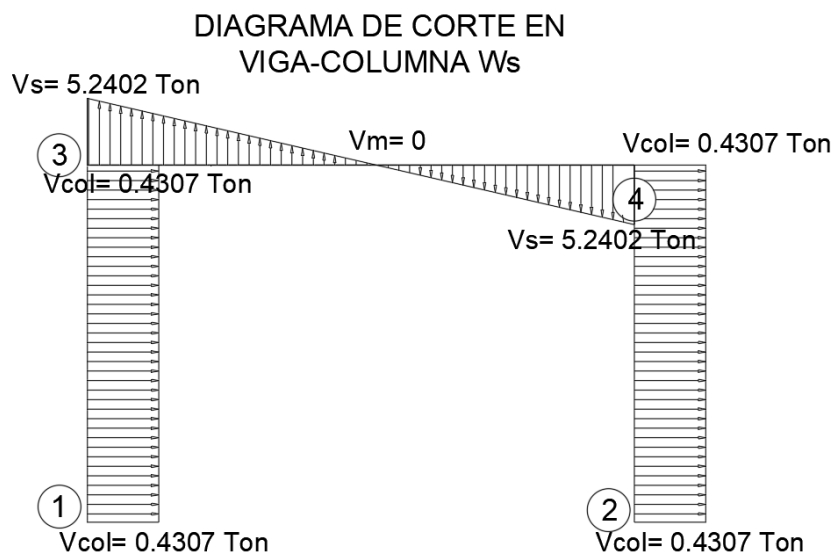
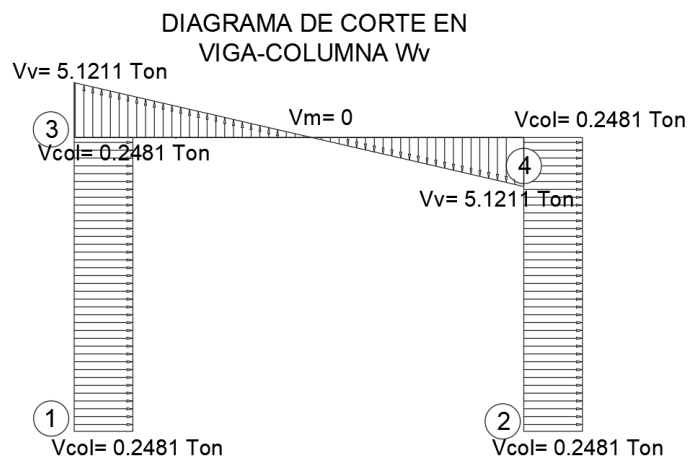
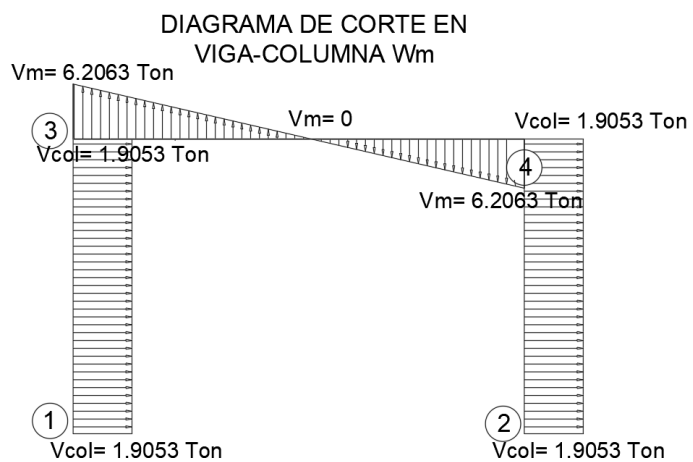
$$M_2 = M_{COLDER} = 0.6461 \text{ Ton} * m$$

$$h = 3m$$

$$V_{3-1y4-2}^{col} = \frac{(0.6461 + 0.6461) \text{ Ton} * m}{3m}$$

$$V_{3-1y4-2}^{col} = 0.4307 \text{ Ton}$$

### DIAGRAMA DE CORTE VIGA-COLUMNA



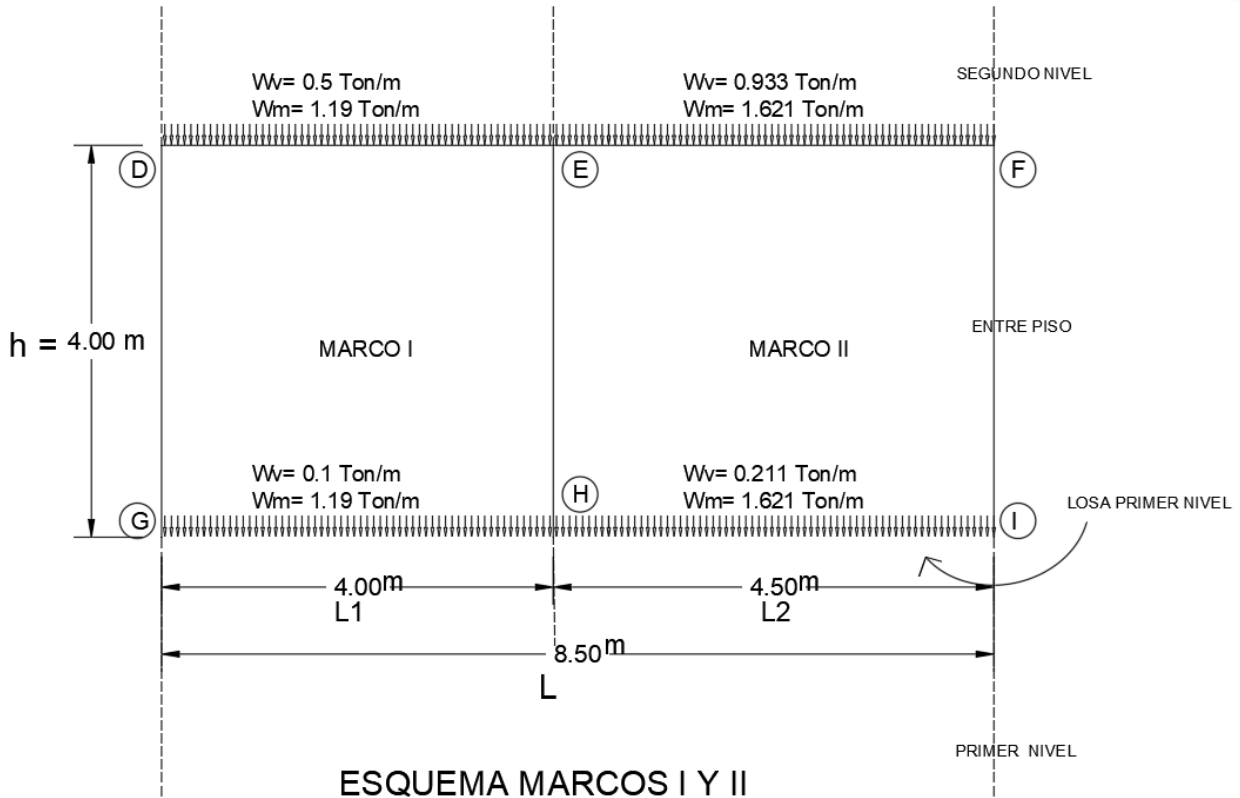
## HOJA DE TRABAJO No. 1

Se le proporciona el esquema de un entrepiso ubicado entre dos niveles, con las características siguientes y una tabla de datos:

1. Esquema de marco I y marco II:

1.1 Vigas: Carga muerta ( $W_m$ ) y viva ( $W_v$ ).

1.2 Longitudes de vigas ( $L_1, L_2$ ) y alturas de columnas ( $h$ ).



2. Tabla de datos, que contiene los momentos de cargas vivas, muertas y de sismo:

Negativos izquierda y derecha.

Positivos entre nodos de la viga.

Superior e inferior en las columnas.

| COLUMNAS |                                |  |                                |                                |  |                                |                                |  |                                |                         |
|----------|--------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------|--|--------------------------------|-------------------------|
|          | Msup (Ton*m)<br>carga Pm (ton) |  | Minf (Ton*m)<br>carga Pm (ton) | Msup (Ton*m)<br>carga Pv (ton) |  | Minf (Ton*m)<br>carga Pv (ton) | Msup (Ton*m)<br>carga Ps (ton) |  | Minf (Ton*m)<br>carga Ps (ton) | ALTURA COLUMNAS<br>h(m) |
| D-G      | 0.125                          |  | 0.07                           | 0.019                          |  | 0.046                          | 4.958                          |  | 3.546                          | 4                       |
|          | Pm D-G                         |  | Pm D-G                         | Pv D-G                         |  | Pv D-G                         | Ps D-G                         |  | Ps D-G                         |                         |
| E-H      | 1.041                          |  | 0.91                           | 0.23                           |  | 0.394                          | 7.479                          |  | 6.023                          | 4                       |
|          | Pm E-H                         |  | Pm E-H                         | Pv E-H                         |  | Pv E-H                         | Ps E-H                         |  | Ps E-H                         |                         |
| F-I      | 0.75                           |  | 0.8                            | 0.25                           |  | 0.32                           | 7.12                           |  | 4.2                            | 4                       |
|          | Pm F-I                         |  | Pm F-I                         | Pv F-I                         |  | Pv F-I                         | Ps F-I                         |  | Ps F-I                         |                         |

| NUDOS | MARCO I                 |                  |                  | MARCO II              |                  |                  | MARCO III                              |                  |                  |                                        |             |             |
|-------|-------------------------|------------------|------------------|-----------------------|------------------|------------------|----------------------------------------|------------------|------------------|----------------------------------------|-------------|-------------|
|       | CARGA MUERTA (Wm) TON/M |                  |                  | CARGA VIVA (Ws) TON/M |                  |                  | CARGA DE SISMO (Ws) (Ps) (TON/M) (TON) |                  |                  | CARGA DE SISMO (Ws) (Ps) (TON/M) (TON) |             |             |
|       | VIGAS                   |                  |                  | VIGAS                 |                  |                  | VIGAS                                  |                  |                  | VIGAS                                  |             |             |
|       | 1m<br>IZQ               | 2m<br>CENTRO     | 3m<br>DER        | 1v<br>IZQ             | 2v<br>CENTRO     | 3v<br>DER        | IZQ                                    | ENTRE NODOS      | DER              | TON*M                                  |             |             |
|       |                         |                  |                  |                       |                  |                  |                                        |                  |                  | Wt+Wm+Wv                               |             |             |
|       |                         |                  |                  |                       |                  |                  |                                        |                  |                  | Pt+Wt*L                                |             |             |
|       | Wm (Ton/m)              | Wm (Ton/m)       | Wm (Ton/m)       | Wv (Ton/m)            | Wv (Ton/m)       | Wv (Ton/m)       | Ps (Ton/m)                             | Ps (Ton/m)       | Ps (Ton/m)       | 0.2Wt                                  | 0.2Wt       | 0.2Wt       |
|       | M(-) izq (Ton*m)        | M(+) cnt (Ton*m) | M(-) der (Ton*m) | M(-) izq (Ton*m)      | M(+) cnt (Ton*m) | M(-) der (Ton*m) | M(-) izq (Ton*m)                       | M(+) cnt (Ton*m) | M(-) der (Ton*m) | 0.2Pt+Ps                               | 0.2Pt+Ps    | 0.2Pt+Ps    |
| D-E   | 1.19                    | 1.19             | 1.19             | 0.5                   | 0.5              | 0.5              | 1.352                                  | 1.352            | 1.352            | 0.2*(1m+1v)                            | 0.2*(2m+2v) | 0.2*(3m+3v) |
|       | 0.125                   | 0.359            | 1.783            | 0.019                 | 0.021            | 0.123            | 4.958                                  | 0                | 3.623            | 0.20Pt+Ps                              | 0.20Pt+Ps   | 0.20Pt+Ps   |
| E-F   | 1.621                   | 1.621            | 1.621            | 0.933                 | 0.933            | 0.933            | CALCULAR                               | CALCULAR         | CALCULAR         | 0.2*(1m+1v)                            | 0.2*(2m+2v) | 0.2*(3m+3v) |
|       | 2.824                   | 1.902            | 1.945            | 0.353                 | 0.204            | 0.356            | 3.54                                   | 0                | 6.088            | 0.20Pt+Ps                              | 0.20Pt+Ps   | 0.20Pt+Ps   |
| G-H   | 1.19                    | 1.19             | 1.19             | 0.1                   | 0.1              | 0.1              | 1.032                                  | 1.032            | 1.032            | 0.2*(1m+1v)                            | 0.2*(2m+2v) | 0.2*(3m+3v) |
|       | 0.081                   | 0.136            | 1.382            | 0.096                 | 0.214            | 0.833            | 12.877                                 | 0                | 11.327           | 0.20Pt+Ps                              | 0.20Pt+Ps   | 0.20Pt+Ps   |
| H-I   | 1.621                   | 1.621            | 1.621            | 0.211                 | 0.211            | 0.211            | CALCULAR                               | CALCULAR         | CALCULAR         | 0.2*(1m+1v)                            | 0.2*(2m+2v) | 0.2*(3m+3v) |
|       | 2.81                    | 1.729            | 2.305            | 1.598                 | 1.031            | 1.277            | 5.649                                  | 0                | 7.038            | 0.20Pt+Ps                              | 0.20Pt+Ps   | 0.20Pt+Ps   |

Las fórmulas de los momentos fijos en las vigas, asumidos son:

Momentos negativos en los nudos izquierdo y derecho:  $M_{EF(-)} = WL^2/k$

Momentos positivos entre los nudos izquierdo y derecho de la viga:

$$M_{entre\ nodos(+)} = WL^2/k$$

Para el diagrama de momento del marco sísmico en la viga, debe asumir un 20% de la carga total gravitacional distribuida (carga muerta + carga viva) ubicada sobre cada viga e identificarla como  $W_s$  (Ton/m).

Para el diagrama de momento en las columnas, debe asumirse un valor para  $P_s = 0.20 \cdot P_t$ . Considera el cálculo de  $P_t = W_t \cdot L$

### Determinar:

Los coeficientes (k) de los momentos fijos, en vigas y columnas, que definirán las fórmulas para el cálculo de los momentos fijos con coeficiente.

Los diagramas de momento en vigas y columnas para el marco I, de acuerdo a los momentos proporcionados por la tabla, de la siguiente manera:

#### Marco I:

- Diagrama de carga muerta en vigas y columnas.
- Diagrama de carga viva en vigas y columnas.
- Diagrama de carga sísmica en vigas y columnas.
- De acuerdo con las combinaciones proporcionadas por el manual calcular:
  - La envolvente de momentos en vigas y columnas
  - Los cortantes de vigas y columnas.
- Diagramas de corte para vigas y columnas.

Tarea: hacer lo mismo con el marco II, para entregar el último día de la práctica semanal.

## PRÁCTICA No. 2

### DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO

#### 1. Propósito de la Práctica:

- 1.1 Aprender a diseñar una viga de concreto armado.
- 1.2 Utilizar los criterios del código ACI 318s – 25 para un correcto funcionamiento de la viga.
- 1.3 Realizar el armado final de una viga.

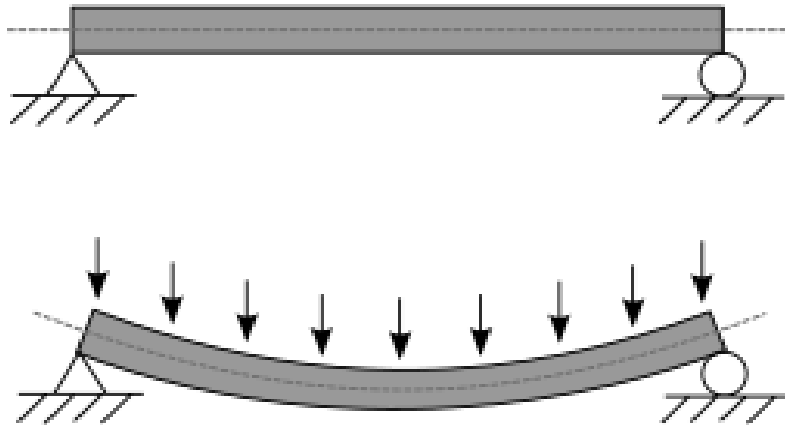
#### 2. Marco teórico.

##### Vigas:

Una viga es una serie de miembros estructurales que se extienden desde el borde hasta el perímetro, diseñada para soportar la cubierta del techo o el tipo de carga, asociados con los elementos que componen el techo de un edificio. Las vigas son elementos estructurales de concreto armado, diseñado para sostener cargas lineales, concentradas o uniformes, en una sola dirección.

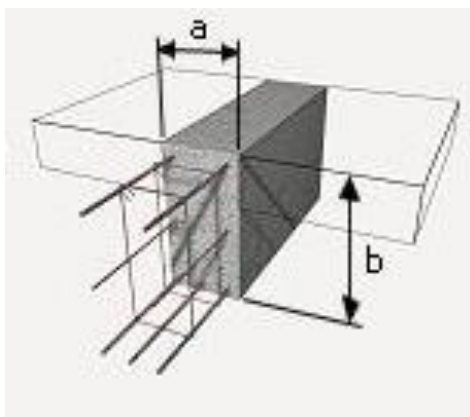
En principio, es importante definir que en la teoría de vigas se contempla aquello que es denominado “resistencia de los materiales”. Así, es posible calcular la resistencia del material con que está hecha, y además analizar la tensión, sus desplazamientos y el esfuerzo que puede soportar.

Las vigas son elementos estructurales, que se encuentran sometidos a esfuerzos de flexo compresión, tensión y corte. El esfuerzo a flexión provoca tensión y compresión, produciéndose en la parte inferior y superior, en la parte inferior se produce la tensión y en la parte superior se produce la compresión. En las zonas cercanas a los apoyos se producen los esfuerzos de corte.



En las vigas de concreto armado, en particular cuando forman parte de pórticos resistentes a cargas gravitatorias y de sismo, los esfuerzos de flexión son los que deberían controlar el diseño. En la filosofía de diseño de vigas por capacidad, por lo general los extremos de las vigas son los lugares seleccionados para comenzar a rotularse plásticamente a los efectos de disipar la energía del sismo. Es por lo que la falla primaria debería ser iniciada por la fluencia de sus armaduras en tracción. Se deben evitar fallas de corte, de

adherencia, de anclaje y de inestabilidad por pandeo. Además, bajo cargas de servicio se deben satisfacer los requerimientos de rigidez, los cuales se verifican manteniendo las deformadas por debajo de los niveles admisibles



La viga soporta cargas de compresión, que son absorbidas por el concreto, y las fuerzas de flexión son contrarrestadas por las varillas de acero corrugado, las vigas también soportan esfuerzos cortantes hacia los extremos por tanto es conveniente, reforzar los tercios de extremos de la viga.

Para lograr que este elemento se dimensione cabe tener en cuenta la resistencia por flexión, una viga con mayor peralte (altura) es adecuada para soportar estas cargas, pero de acuerdo a la disposición del proyecto y su alto costo hacen que estas no sean convenientes.

### Altura mínima de vigas

De acuerdo con la tabla 9.3.1.1 la altura mínima de vigas no pre-esforzadas se calcula de acuerdo con la siguiente tabla:

**Tabla 9.3.1.1 — Altura mínima de vigas no preesforzadas**

| Condición de apoyo       | Altura mínima, $h$ <sup>[1]</sup> |
|--------------------------|-----------------------------------|
| Simplemente apoyada      | $\ell/16$                         |
| Con un extremo continuo  | $\ell/18.5$                       |
| Ambos extremos continuos | $\ell/21$                         |
| En voladizo              | $\ell/8$                          |

### Ancho mínimo de vigas

El ACI 318, nos dice que la base mínima de una viga en una zona no sísmica debe ser igual o mayor a **20 cm**.

Y en su capítulo 18 (diseño sismorresistente) establece que la base mínima debe ser **30 cm (zona sísmica)**. A de quedar claro que estos valores son sólo para vigas rectangulares, para viguetas de hormigón el procedimiento es diferente.

## Diámetro de las varillas corrugadas

Cada diámetro de varilla de acero tiene características y propiedades específicas que pueden afectar el rendimiento y la resistencia de una estructura.

- Determina la resistencia: A mayor diámetro, mayor capacidad de carga.
- Influye en la flexibilidad: Varillas delgadas son más manejables, mientras que las gruesas son más rígidas.
- Afecta el peso y costo: Diámetros mayores requieren más material, incrementando el precio.

Se presenta una tabla de distintos diámetros de varillas y el área de su sección transversal en  $\text{cm}^2$ .

| TABLA DE VARRILLA CORRUGADA |                  |      |                         |                               |               |                      |                |
|-----------------------------|------------------|------|-------------------------|-------------------------------|---------------|----------------------|----------------|
| VARILLA No.                 | Diámetro nominal |      | Perímetro nominal en cm | Área nominal en $\text{cm}^2$ | Peso en kg/cm | Piesas por toneladas | Traslape en cm |
|                             | in               | Cm   |                         |                               |               |                      |                |
| 2                           | 1/4              | 0.64 | 1.99                    | 0.3167                        | 0.247         | 337                  | 25             |
| 2.5                         | 5/16             | 0.79 | 2.49                    | 0.4948                        | 0.386         | 216                  | 35             |
| 3                           | 3/8              | 0.95 | 2.99                    | 0.7126                        | 0.5558        | 150                  | 40             |
| 4                           | 1/2              | 1.27 | 3.99                    | 1.2668                        | 0.9881        | 84                   | 55             |
| 5                           | 5/8              | 1.59 | 4.99                    | 1.9793                        | 1.5439        | 54                   | 65             |
| 6                           | 3/4              | 1.91 | 5.98                    | 2.8502                        | 2.2232        | 37                   | 80             |
| 7                           | 7/8              | 2.22 | 6.98                    | 3.8795                        | 3.026         | 28                   | 90             |
| 8                           | 1                | 2.54 | 7.98                    | 5.0671                        | 3.9523        | 21                   | 110            |
| 9                           | 1 1/8            | 2.86 | 8.98                    | 6.413                         | 5.0022        | 17                   | 120            |
| 10                          | 1 1/4            | 3.18 | 9.97                    | 7.9173                        | 6.1755        | 13                   | 130            |
| 11                          | 1 3/8            | 3.49 | 10.97                   | 9.58                          | 7.4724        | 11                   | 140            |
| 12                          | 1 1/2            | 3.81 | 11.97                   | 11.4009                       | 8.8927        | 9                    | 155            |

## Diseño de viga

### Datos

- Base =  $B = 30 \text{ cm}$
- Altura =  $H = 50 \text{ cm}$
- Longitud =  $7.0 \text{ m}$
- Recubrimiento =  $r = 4 \text{ cm}$
- Peralte =  $d = 46 \text{ cm}$  ( $d = H - r$ )
- Módulo de elasticidad del acero (Módulo de Young) =  $E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
- Esfuerzo de fluencia del acero =  $F_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
- Resistencia a la compresión del concreto =  $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$
- Factores de reducción
  - $\phi = 0.90$
  - $\beta = 0.85$

Y del análisis estructural se obtuvieron los siguientes resultados

- $M - (\text{izquierda}) = 22,683 \text{ kg} \cdot \text{m}$
- $M - (\text{derecha}) = 20,050 \text{ kg} \cdot \text{m}$

- $M_+ = 14427 \text{ kg} \cdot \text{m}$
- $V_{\text{actuante}} = 22,666 \text{ kg}$

### Acero mínimo

El requisito del acero mínimo para vigas se encuentra en el **Capítulo 9 (Vigas / Beams)** de la norma, específicamente en la **Sección 9.6.1 (Refuerzo flexional mínimo en vigas no pretensadas)** del código ACI 318.

El mayor entre:

$$A_{s_{\min}} = \frac{14.1}{F_y} * b * d ; \text{ y } A_{s_{\min}} = \frac{0.8 * \sqrt{f'_c}}{F_y} * b * d$$

*Nota: estas ecuaciones están adaptadas al sistema métrico técnico donde los esfuerzos ( $f'_c$  y  $F_y$ ) se introducen directamente en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ .*

$$A_{s_{\min}} = \frac{14.1}{4200} * 30 \text{ cm} * 46 \text{ cm} = 4.63 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{\min}} = \frac{0.8 * \sqrt{f'_c}}{F_y} * b * d = \frac{0.8 * \sqrt{280}}{4200} * 30 * 46 = 4.39 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, se usará  $A_{s_{\min}} = 4.63 \text{ cm}^2$

### Acero máximo

$$A_{s_{\max}} = 0.5 \rho_{\text{bal}} * b * d$$

Cálculo de la cuantía balanceada ( $\rho_{\text{bal}}$ )

$$\rho_{\text{bal}} = 0.85 * \beta_1 * \left( \frac{0.003}{\frac{f_y}{E_s} + 0.003} \right) * \frac{f'_c}{f_y}$$

$$\rho_{\text{bal}} = 0.85 * 0.85 * \left( \frac{0.003}{\frac{4200}{2.1 * 10^6} + 0.003} \right) * \frac{280}{4200} = 0.0289$$

$$A_{s_{\max}} = 0.5 * 0.0289 * 30 \text{ cm} * 46 \text{ cm} = 19.941 \text{ cm}^2$$

### Refuerzo longitudinal

La cantidad de acero requerida se calcula con la formula:

$$A_{s \text{ req}} = 0.85 * \left( b * d - \sqrt{(b * d)^2 - \frac{M_u * b}{0.003825 * f'_c}} \right) * \frac{f'_c}{f_y}$$

Donde:

$A_{sreq}$  = Acero requerido para soportar el momento producido en la viga ( $cm^2$ )

$b$  = Base de la viga (cm)

$d$  = Peralte efectivo de la viga (cm)

$M_u$  = Momento que se quiere soportar (**kg\*m**)

$f'_c$  = Resistencia de diseño del concreto ( $kg/cm^2$ )

$f_y$  = Resistencia de diseño del acero ( $kg/cm^2$ )

$$A_s(-)_{izq} = 0.85 * \left( 30 * 46 - \sqrt{(30 * 46)^2 - \frac{22683 * 30}{0.003825 * 280}} \right) * \frac{280}{4200} = 14.36 \text{ cm}^2$$

\*Acero propuesto

$$A_s(-)_{izq} = 4 \text{ No } 7 = 4 * \text{área varilla No7} = 4 * 3.8795 \text{ cm}^2$$



$$A_s(-)_{izq} = 4 \text{ No } 7 = 15.52 \text{ cm}^2$$

$$A_s(-)_{der} = 0.85 * \left( 30 * 46 - \sqrt{(30 * 46)^2 - \frac{20050 * 30}{0.003825 * 280}} \right) * \frac{280}{4200} = 12.53 \text{ cm}^2$$

\*Acero propuesto



$$A_s(-)_{der} = 4 \text{ No } 7 = 15.52 \text{ cm}^2$$

$$A_s(+) = 0.85 * \left( 30 * 46 - \sqrt{(30 * 46)^2 - \frac{14427 * 30}{0.003825 * 280}} \right) * \frac{280}{4200} = 8.79 \text{ cm}^2$$

\*Acero propuesto



$$A_s(+) = 2 \text{ No } 7 + 1 \text{ No } 5 = 9.74 \text{ cm}^2$$

Luego de calcular el acero requerido para los momentos actuantes de la viga, se procede a hacer la propuesta de armado, de manera que el área de refuerzo cumpla con el área de acero calculado, tomando en cuenta los siguientes requisitos sísmicos:

- **Refuerzo longitudinal en los extremos de la cama inferior:** Colocar al menos dos varillas de acero corridas, tomando el mayor de los valores a continuación descritos:

$$50\% A_{sreq} M - izq = 0.50 * 14.36 = 7.18 \text{ cm}^2$$

$$50\% A_{sreq} M - der = 0.50 * 12.53 = 6.26 \text{ cm}^2$$

$$50\% A_{sreq} M+ = 0.50 * 8.79 = 4.39 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = 4.63 \text{ cm}^2$$

Según ACI 318S-25, capítulo 18, sección 6.3.2

Se usará entonces  $A_{sreq} = 7.18 \text{ cm}^2$

\*Acero propuesto



$$A_s(+) = 2 \text{ No } 7 = 7.76 \text{ cm}^2$$

- **Refuerzo en el centro de la cama superior:** Colocar el mayor de los valores a continuación descritos:

$$25\% As_{req} M - izq = 0.25 * 14.36 = 3.59 \text{ cm}^2$$

$$25\% As_{req} M - der = 0.25 * 12.53 = 3.13 \text{ cm}^2$$

$$As_{mín} = 4.63 \text{ cm}^2$$

Según ACI 318S-25, capítulo 18, sección 6.3.2

Se usará entonces  $As_{req} = 3.59 \text{ cm}^2$

\*Acero propuesto ▼

$$As(+) = 2 \text{ No } 7 = 7.76 \text{ cm}^2$$

**La diferencia entre el acero requerido y el acero corrido en ambas camas se coloca como bastones adicionales al armado que se tiene.**

- **Longitud de desarrollo**

Es la distancia mínima que una varilla de acero debe estar embebida (enterrada) dentro del concreto para que pueda alcanzar su máximo esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ) sin deslizarse ni salirse.

La longitud de los bastones de refuerzo que se necesitan en las vigas está condicionada por la longitud de desarrollo, la cual viene dada por el **código ACI 318s-25 en la sección 25.4.2.3**. Y viene dado por la siguiente ecuación:

$$L_d = \left( \frac{F_y * \Psi_t * \Psi_e * \Psi_s * \lambda}{3.5 * \sqrt{f'_c} * \left( \frac{C_b + K_{tr}}{d_b} \right)} \right) * d_b$$

Donde:

$d_b$  = diámetro de la varilla (en cm)

$C_b$  = menor valor entre el recubrimiento lateral y la barra

$K_{tr}$  = mitad del espaciamiento entre barras

$\frac{C_b + K_{tr}}{d_b}$ , no debe ser mayor a 2.5

Para simplificación de diseño, ktr se puede usar como 0, que permite omitir su cálculo detallado aplicando criterios directos basados en el espaciamiento libre y el recubrimiento de las barras y cuando se emplean barras de alta resistencia bajo ciertas condiciones de detallado, con el fin de evitar colapsos por desgarramiento prematuro del bloque de concreto.

### **Ψ: Factores de modificación clave**

**Ψ<sub>t</sub>** = (posición del refuerzo): vale 1.3 si se colocan más de 300mm de concreto fresco por debajo del refuerzo horizontal, y 1.0 en los demás casos.

**Ψ<sub>e</sub>** = (revestimiento): penalizar con 1.2 o 1.5 las barras recubiertas con resina epóxica debido a la pérdida de fricción con el concreto. 1.0 para barras que no están recubiertas con resina epóxica

**Ψ<sub>s</sub>** = (tamaño de la barra): aplicar un factor de reducción de 0.8 para barras de diámetro pequeño (generalmente No 6 o menores) debido a su mejor comportamiento de adherencia.

**Ψ<sub>g</sub>** = (grado de acero): ajuste por el uso de acero de alta resistencia ( $F_y \geq 550$  Mpa o grado 80 en adelante)

**λ** = (tipo de concreto): vale 0.75 para concretos de peso liviano y 1.0 para concreto de peso normal, penalizando la menor resistencia a la tracción del concreto liviano.

Para este ejemplo usaremos los factores siguientes:

**λ** para concreto normal = 1

**Ψ<sub>t</sub>** = 1

**Ψ<sub>e</sub>** = 1

**Ψ<sub>s</sub>** = 0.8

Longitud de desarrollo en vigas para varilla No.7

$$L_d = \left( \frac{4200 * 1 * 1 * 0.8 * 1}{3.5 * \sqrt{280} * (2.5)} \right) * 2.22 = 50.94 \text{ cm}$$

Longitud de desarrollo en vigas para varilla No.5

$$L_d = \left( \frac{4200 * 1 * 1 * 0.8 * 1}{3.5 * \sqrt{280} * (2.5)} \right) * 1.59 = 36.49$$

La longitud de desarrollo no debe ser menor que 300 mm según la **sección 25.4.2.1. Del código ACI 318s-25.**

- **Cálculo de acero transversal (estribos)**

También llamados refuerzos en el alma, en general este se distribuye en forma de estribos con una separación variable a lo largo del eje de la viga según se requiere. Sirven para mantener el refuerzo longitudinal en la posición que se requiere y para resistir los esfuerzos

## Refuerzo transversal

Corte actuante (en otros textos cortante mayorado o ultimo)

$$\circ V_{act} = 22\,666\text{ kg}$$

**Según ACI 318s - 25 Sección 22.5.5.1** (Resistencia al cortante nominal provista por el concreto, ( $V_c$ ) y la Sección 21.2.1 (Factores de reducción de resistencia, ( $\phi$ )).

Corte resistente

$$V_{vc} = 0.85 * 0.53 * \sqrt{f'_c} * b * d$$

$$V_{vc} = 0.85 * 0.53 * \sqrt{280} * 30 * 46 = 10403\text{ kg}$$

$$\begin{aligned} V_{vc} &< V_{act} \\ 10403\text{ Kg} &< 22\,666\text{ kg} \end{aligned}$$

Espaciamiento máximo en el centro

$$\begin{aligned} s_{max} &= \frac{d}{2} = \frac{0.46}{2} = 0.23\text{ m} \\ \text{se usará } S &= 0.20\text{m} \end{aligned}$$

## Longitud de refuerzo a corte en los extremos

Se calcula con la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} x &= \frac{L}{2} - \frac{L * V_{vc}\text{ kg}}{2 * V_{act.\text{kg}}} \\ x &= \frac{7}{2} - \frac{7 * 10403\text{kg}}{2 * 22666\text{ kg}} = 1.89 \approx 1.90\text{ m} \end{aligned}$$

Se calcula el espaciamiento requerido por refuerzo a corte en los extremos, debido a que el corte resistente es menor al corte actuante.

*Cambiar a As propuesto del No3*

$$\begin{aligned} s &= \frac{2 * A_{s\text{propuesto}} * F_y * d}{V - V_{vc}} \\ s &= \frac{2 * 0.71\text{cm}^2 * 4200\text{ kg/cm}^2 * 46\text{cm}}{22666\text{ kg} - 10403\text{kg}} = \frac{367080}{12263}\text{cm} = 22.37\text{ cm} \end{aligned}$$

*Asumir :  $s \approx 20\text{ cm}$*

**Confinamiento:**

La longitud de confinamiento que ocupan los estribos por diseño debe extenderse hasta una distancia medida desde la fibra extrema en compresión según **ACI 318s – 25** en el **capítulo 18, sección 6.4**.

Longitud de confinamiento: Se calcula como 2 veces la altura de la viga

$$LC = 2 \cdot h = 2 \cdot 50 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

**Espaciamiento**

Para el espaciamiento de estribos en zona sísmica será el menor de los siguientes valores, según la **sección 18.6.4.4. Del ACI 318s – 25**.

El ACI 318S-25 impone cuatro candados estrictos de separación para garantizar que el concreto de los extremos no se desintegre. Se calcula cada uno y se elige el menor:

1. Garantía por Flexión ( $d/4$ )
2. Control de pandeo de barras principales ( $6\phi_{longitudinal}$ )
3. Control de pandeo del propio estribo ( $24\phi_{estribo}$ )
4. Límite absoluto normativo: por ningún motivo la separación supere los 150mm

$$\frac{d}{4} = \frac{46 \text{ cm}}{4} = 11.5 \text{ cm}$$

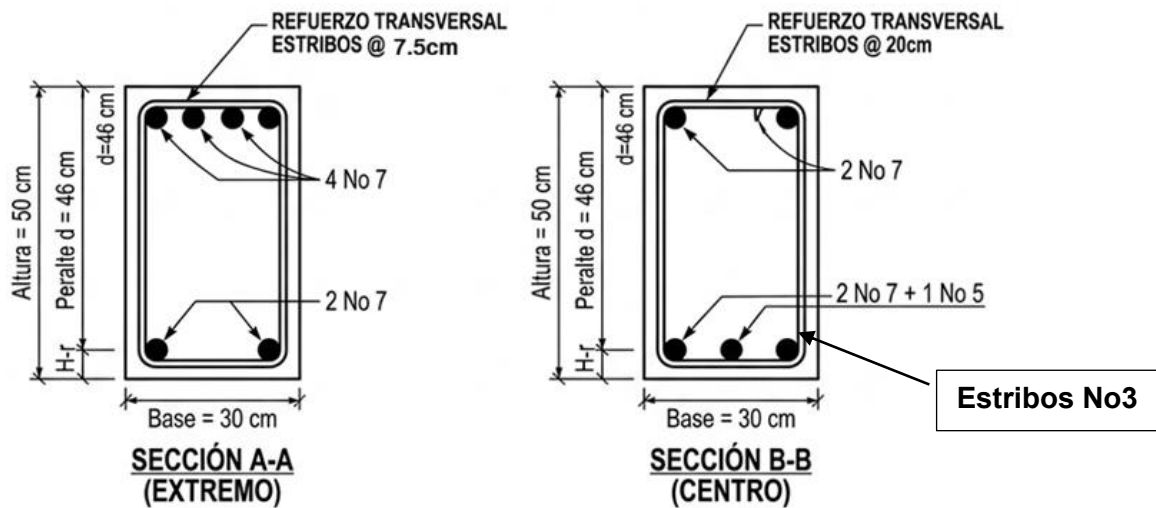
$$6\phi_{longitudinal} \text{ (más pequeño)} = 6 \cdot 1.59 \text{ cm} = 9.54 \text{ cm}$$

$$24\phi_{estribo} = 24 \cdot 0.95 \text{ cm} = 22.8 \text{ cm}$$

$$150 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Espaciamiento} = S \text{ de confinamiento} = 7.5 \text{ cm}$$

Se tendrá un espaciamiento de estribos en zona de confinamiento de 7.5 centímetros. Este procedimiento se debe realizar para todas las vigas del módulo.



## HOJA DE TRABAJO No. 2

Realizar el diseño estructural de las vigas, cuyos datos de diseño obtenidos del análisis estructural son los siguientes:

### Viga 1

M- izquierda = 18372.4 kg – m

M- derecha = 13678.2 kg – m

M+ = 4598.8 kg – m

Corte = 12324.9 kg

Longitud: 5.5 m

Sección = 0.30m x 0.45m

### Viga 2

M- izquierda = 9157.2 kg – m

M- derecha = 8735.2 kg – m

M+ = 4265.9 kg – m

Corte = 9196.1 kg

Longitud: 6 m

Sección = 0.30m x 0.40m

## PRÁCTICA No. 3

### COLUMNAS

#### 1. Propósitos de la Práctica:

- 1.1 Calcular la carga última para diseño de una columna de concreto armado.
- 1.2 Realizar los chequeos según el código ACI 318s – 25 para un correcto funcionamiento de la columna.
- 1.3 Realizar el armado final de la columna.

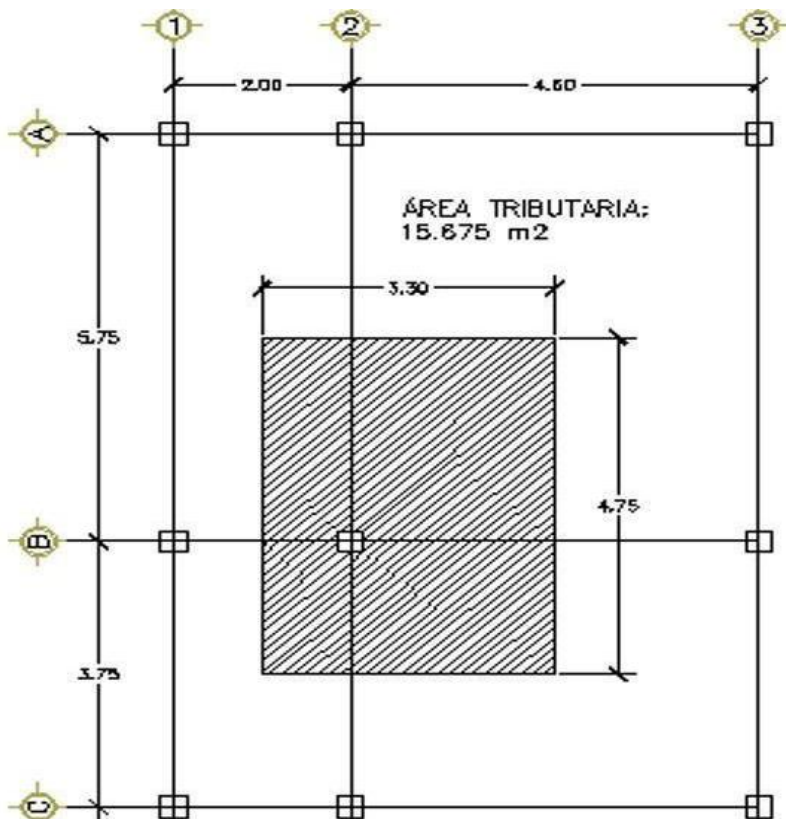
#### 2. Marco teórico

##### Columnas:

Es un elemento alargado, normalmente vertical, destinado a recibir cargas de compresión principalmente, para transmitir las al terreno mediante la cimentación.

El refuerzo principal de las columnas es el longitudinal, que está paralelo a las cargas que reciben (axiales) que es el valor de las cargas que soporta la columna y está determinada por áreas tributarias.

Se diseña la columna más crítica, siendo esta la que está sometida a los mayores esfuerzos. Este mismo diseño se aplicará a todas las columnas de la edificación si así se desea, sino se puede diseñar cada columna individualmente para reducir secciones y, por ende, costos.



## Área mínima de columnas

El reglamento ACI 318-2025, para pre-dimensionar columnas dice:

“La dimensión menor de la sección transversal, medida en una línea recta que pasa a través del centroide geométrico, no debe ser menor de 30 cm.”

Esto aplica para columnas rectangulares y circulares

| S Predimensionado de Columnas de Hormigón |                   |
|-------------------------------------------|-------------------|
| Lado (L)                                  | 30 cm<br>(mínimo) |
| Lado (L)                                  | 30 cm<br>(mínimo) |

Por lo tanto, el área mínima de la sección de una columna debe ser igual a  $900 \text{ cm}^2$

### Refuerzo Longitudinal:

- Se debe cumplir con una relación mínima de refuerzo longitudinal, generalmente entre el 1% y el 8% del área de la sección transversal de la columna.
- El ACI 318-25, sección 10.7.3, establece requisitos para el número mínimo de barras longitudinales, dependiendo de la forma de la sección transversal y del tipo de estribos.
  - a) Tres dentro de estribos triangulares.
  - b) Cuatro dentro de estribos rectangulares o circulares.
  - c) Seis para barras rodeadas por espirales o para columnas de pórticos especiales resistentes a momento rodeados por estribos de confinamiento circulares.

### Longitud de Desarrollo y Empotramiento:

- Se deben cumplir con los requisitos de longitud de desarrollo y empotramiento del refuerzo longitudinal en las uniones viga-columna y en los extremos de la columna.
- El ACI 318-25 permite el uso de refuerzo con cabeza en las uniones de vigas y columnas de marcos de momento especiales, con limitaciones en el espaciamiento libre.

### Esbeltez y Excentricidad:

- Se debe considerar la esbeltez de la columna, especialmente en columnas esbeltas, donde se puede requerir una excentricidad mínima para el análisis de estabilidad.
- La excentricidad de la carga puede afectar significativamente el comportamiento de la columna y debe ser considerada en el diseño.

### Consideraciones Adicionales:

- El ACI 318-19 también incluye requisitos para la calidad del concreto y del refuerzo, así como para la construcción de las columnas.
- Se deben considerar las combinaciones de carga y las fuerzas actuantes en el diseño de la columna.
- La revisión de los requisitos de anclaje y desarrollo del refuerzo longitudinal es fundamental, especialmente en uniones viga-columna.

## Esbeltez

La esbeltez en columnas es un parámetro que describe la relación entre la longitud de la columna y su menor radio de giro, indicando la susceptibilidad de la columna al pandeo. Una columna se considera esbelta cuando su longitud es significativamente mayor que sus dimensiones transversales, lo que la hace más propensa a fallar por pandeo bajo cargas de compresión.

Si una columna es demasiado esbelta, puede ocurrir pandeo lateral o si es poco esbelto, se torna difícil controlar la degradación de rigidez y resistencia, resultando con esfuerzos de corte.

Se debe realizar el cálculo de esbeltez de la columna, determinando si es corta o esbelta. Si se clasifican como cortas, se diseñan con los datos originales del análisis estructural; si son intermedias, se deben magnificar los momentos actuantes y si son largas, no se construyen.

Relación de esbeltez ( $\lambda$ ):

La relación de esbeltez se calcula dividiendo la longitud efectiva de la columna ( $kl$ ) entre su radio de giro ( $r$ ):

$$\lambda = (kl) / r$$

Donde:

- **k:** Es el factor de longitud efectiva, que depende de las condiciones de apoyo de la columna (empotrada, libre, articulada, etc.).
- **l:** Es la longitud no arriostrada de la columna.
- **r:** Es el radio de giro mínimo de la sección transversal de la columna. El código ACI 318 permite aproximar el radio de giro en función de las dimensiones exteriores de la columna.

### **Para columnas rectangulares.**

$$r \approx 0.30 \times b$$

Donde **b** es la dimensión del lado de la columna en la dirección en la que se analiza la esbeltez.

Si la columna es rectangular (por ejemplo, de 30 x 50, la dimensión más pequeña de lado dará el radio de giro mínimo (0.30 x 30cm).

### **Para columnas circulares.**

$$r \approx 0.25 \times D$$

Donde **D** es el diámetro exterior total de la columna de sección circular.

- Columnas cortas: Tienen una relación de esbeltez generalmente menor a 22.
- Columnas intermedias: Tienen una relación de esbeltez que generalmente está entre 22 y 100.
- Columnas largas: Tienen una relación de esbeltez mayor a 100.

## Importancia de la esbeltez:

### **Pandeo:**

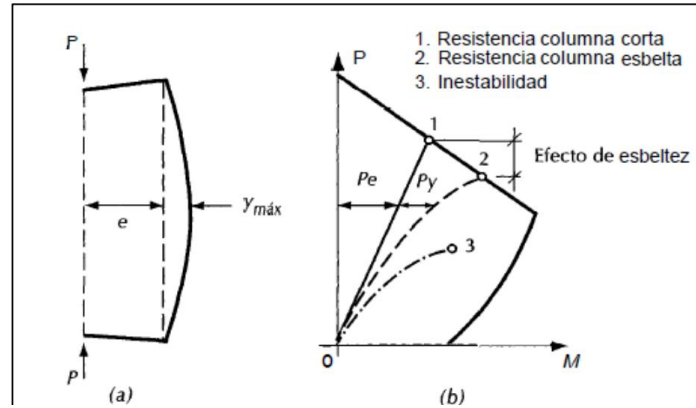
La esbeltez es un factor crítico en el diseño de columnas, ya que determina si la columna fallará por aplastamiento o por pandeo (pérdida de estabilidad lateral).

### **Factores que influyen en la esbeltez**

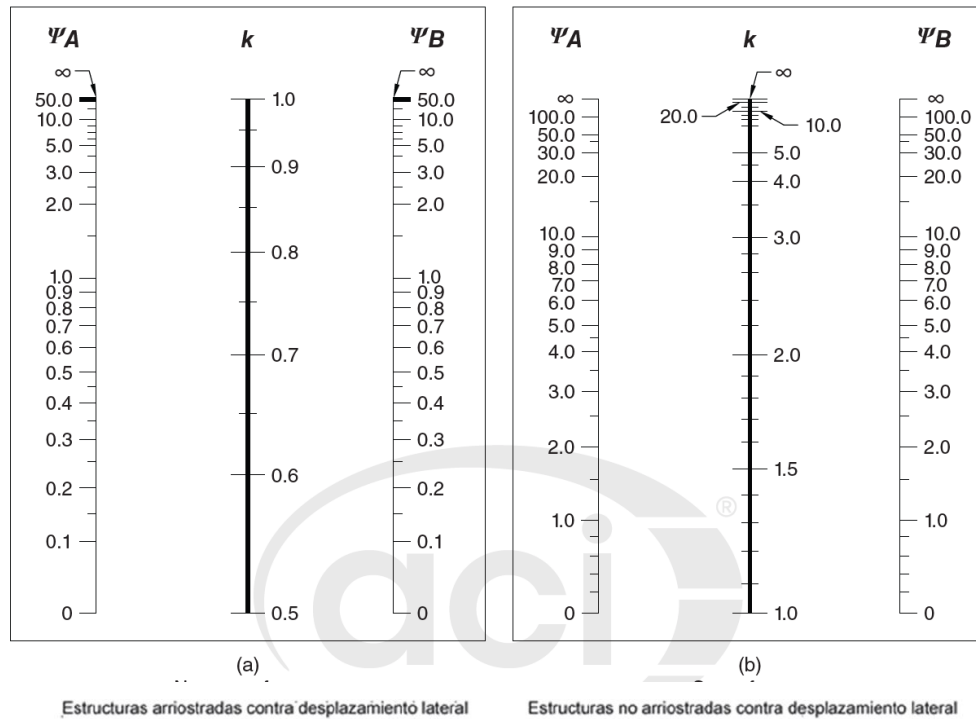
- Longitud de la columna: A mayor longitud, mayor esbeltez.
- Condiciones de apoyo: Columnas con extremos articulados tienen mayor esbeltez que columnas con extremos empotrados.

- Dimensiones de la sección transversal: A menor área de la sección transversal y menor radio de giro, mayor esbeltez.

Figura 10. Comparación del comportamiento de una columna corta, una columna esbelta y de una columna que falla por inestabilidad



### Nomogramas de Jackson según ACI 318S-25



## EJEMPLO

Para diseñar las columnas de un edificio de 2 niveles se tienen los siguientes datos:

- Sección: 0.40 m x 0.40 m
- Longitud columna nivel 2 = 3.5 m
- Longitud columna nivel 1 = 4.7 m
- $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$
- $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- recubrimiento = 3 cm
- Peralte de la losa será de 0.14m
- Las vigas tendrán una sección de 0.50m x 0.30m

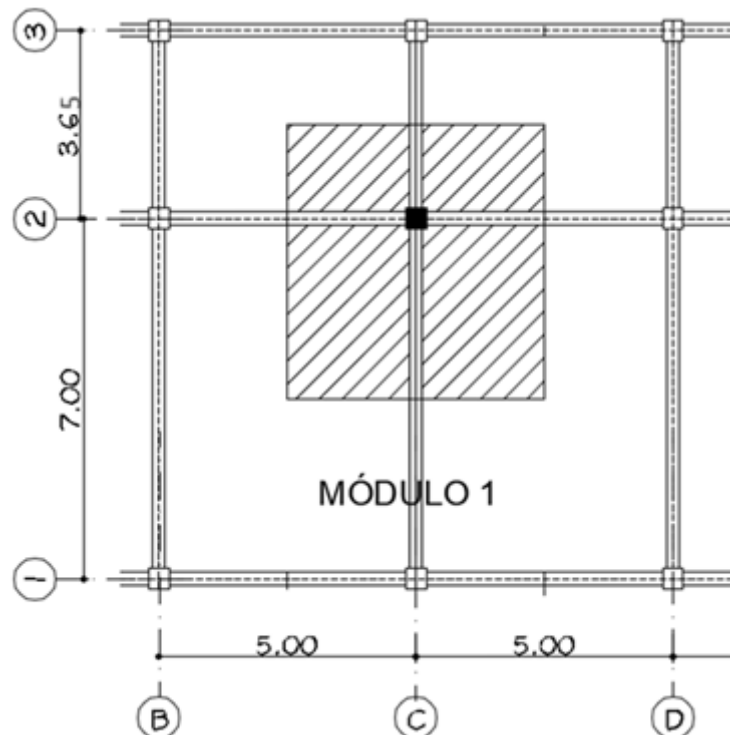
Momentos y cortante, en la columna crítica del nivel 2

- $M_x = 7,796 \text{ kg} \cdot \text{m}$
- $M_y = 10,964 \text{ kg} \cdot \text{m}$

El edificio será para uso escolar.

La cubierta no contará con acceso.

- considerar carga viva sobre la losa final de  $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
- considerar carga de acabados en losa de  $30 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
- considerar carga sobre carga en losa de  $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$
- Recuerda que el peso específico del concreto es de  $2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$



## Diseño de columna crítica en el nivel 2.

NOTA: (el diseño de la columna crítica en el nivel 1, se realizará en la hoja de trabajo, se darán las instrucciones en el apartado correspondiente).

### Cálculo de cargas

$$a = \frac{7 + 3.65}{2} = 5.325 \approx 5.33 \quad b = \frac{5 + 5}{2} = 5.$$

$$\text{Área tributaria} = a \times b = 26.65 \text{ m}^2$$

### Peso de columna en nivel 2

Pesos por carga muerta

$$W_{losa} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.14\text{m} * 5\text{m} * 5.33\text{m} = 8954.4 \text{ kg}$$

$$W_{sobrecarga} = 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * 5\text{m} * 5.33\text{m} = 2665.0 \text{ kg}$$

$$W_{acabado \text{ de losa}} = \frac{30\text{kg}}{\text{m}^2} * 5\text{m} * 5.33\text{m} = 799.5 \text{ kg}$$

$$W_{viga \text{ x}} = \frac{2400\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.50\text{m} * 0.30\text{m} * 5 \text{ m} = 1800 \text{ kg}$$

$$W_{viga \text{ y}} = \frac{2400\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.50\text{m} * 0.30\text{m} * 5.33 \text{ m} = 1918.8 \text{ kg}$$

$$W_{cm} = 16137.7 \text{ kg}$$

Pesos por carga viva

Se tomará en cuenta una carga viva de  $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ , por ser cubierta sin acceso.

$$W_{cv} = 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * 5\text{m} * 5.33\text{m} = 2665 \text{ kg}$$

Magnificación de cargas

$$C_m = 1.4 * 16137.7 \text{ kg} = 22,593 \text{ kg}$$

$$C_v = 1.7 * 2665\text{kg} = 4530.50 \text{ kg}$$

$$P_u = 22,593 \text{ kg} + 4530 \text{ kg} = 27,123 \text{ kg} = 27.12 \text{ ton}$$

### Cálculo de esbeltez de columna (E)

Antes de realizar los siguientes cálculos es conveniente detallar los datos necesarios para su cálculo.

Propiedades de los elementos:

$$I_{columna} = \frac{b * h^3}{12} = \frac{40 * 40^3}{12} = 213,333.33 \text{ cm}^4$$

$$I_{viga} = \frac{b * h^3}{12} = \frac{30 * 50^3}{12} = 312,500 \text{ cm}^4$$

## Análisis de la columna en la dirección Y

Factores de rotación

$$\Psi_{nudo} = \text{factor de rotacion}$$

$$E = \text{módulo de elasticidad del concreto}$$

$$L_c = \text{Longitud de la columna en cm}$$

$$L_v = \text{Longitud de la viga en cm}$$

$$\Psi_{nudo} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E * I_{columna}}{L_c} \text{ (todas las columnas que convergen en el nudo)}}{\sum_{i=1}^n \frac{E * I_{viga}}{L_v} \text{ (todas las vigas que convergen en el nudo)}}$$

$$\Psi_A = \frac{\frac{213333.33}{350} + 0}{\frac{312,500}{700} + \frac{312,500}{365}} = 0.47$$

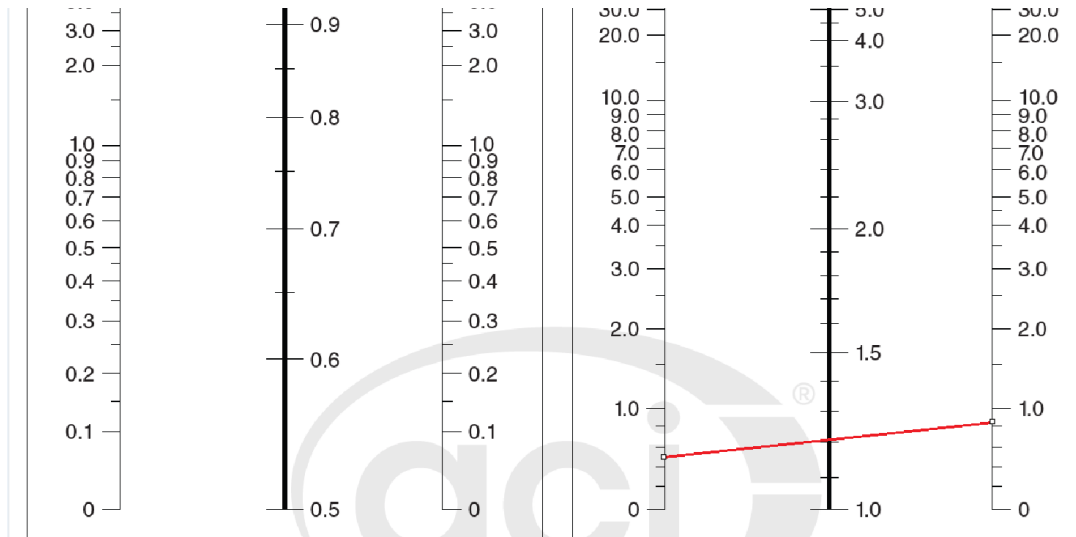
$$\Psi_B = \frac{\frac{213333.33}{350} + \frac{213333.33}{470}}{\frac{312,500}{700} + \frac{312,500}{365}} = 0.82$$

Haciendo uso de los nomogramas de Jackson se obtienen los siguientes datos:

Factor K para estructuras no arriostradas

$$K = 1.20$$

Un nomograma es una gráfica con tres líneas verticales. Colocas el valor de  $\Psi_A = 0.47$  en la primera línea, el valor de  $\Psi_B = 0.82$  en la tercera línea, trazas una línea recta con una regla que cruce ambas, y donde esa línea corte la columna del centro, lees el valor de **K**.



Se procede a calcular la esbeltez con la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{KL}{r}; \text{ Donde } r = 0.3 * \text{lado menor, para columnas rectangulares}$$

$$\lambda = \frac{KL}{r} = \frac{1.20 * 3.50}{0.3 * 0.40} = 35$$

La columna es intermedia, por lo tanto, se tienen que magnificar los momentos actuantes antes de empezar a diseñar, para ello calculamos lo siguiente:

Factor de flujo plástico

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu}$$

Donde:

$$Cmu = \text{Carga muerta última} = 1.4 \text{ cm}$$

$$Cu = \text{Carga última} = 1.4 \text{ cm} + 1.7 \text{ cv}$$

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu} = \frac{1.4 * 16,137.7 \text{ kg}}{1.4 * 16,137.7 \text{ kg} + 1.7 * 2665 \text{ kg}} = 0.83$$

Rigidez del elemento

Donde:

$$Ec = \text{Módulo de elasticidad del concreto} = 15100 \sqrt{f'c}$$

$$EI = \frac{0.4 Ec * I}{(1 + \beta\delta)^2} = \frac{0.4 * 15100 \sqrt{280} * 213333.33}{(1 + 0.83)^2} = 6.4383 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$EI = 643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

Carga crítica mediante la fórmula de Euler

Donde:

$$EI = \text{Rigidez del elemento}$$

$$k = \text{Factor de longitud efectiva} = 1.20$$

$$Lu = \text{Longitud libre de la columna}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * E I}{(k Lu)^2} = \frac{\pi^2 (643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2)}{(1.20 * 3.50 \text{ m})^2} = 360.22 \text{ ton}$$

Factor de magnificación de momentos

$$P_y = \delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\phi * P_{cr}}}$$

Donde:

$C_m = \text{Condición de ladeo (doblemente empotrado)}$

$P_u = \text{Carga axial última}$

$P_{cr} = \text{Carga crítica de Euler}$

$\phi = \text{Factor de reducción para carga axial}$

$$P_y = \delta = \frac{1}{1 - \frac{27.12 \text{ ton}}{0.7 * 360.22 \text{ ton}}} = 1.12$$

Momento magnificado

$$M_c = \delta * M_u$$

Donde:

$M_c = \text{momento crítico de diseño, amplificado}$

$M_u = \text{momento actuante}$

$\delta = \text{amplificador de momentos}$

$$M_y = 1.12 * 10964 \text{ kg} \cdot \text{m} = 12,279.68 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

## Análisis de la columna en la dirección X

Factores de rotación

$$\psi_{nudo} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E * I_{columna}}{L_c} \text{ (todas las columnas que convergen en el nudo)}}{\sum_{i=1}^n \frac{E * I_{viga}}{L_v} \text{ (todas las vigas que convergen en el nudo)}}$$

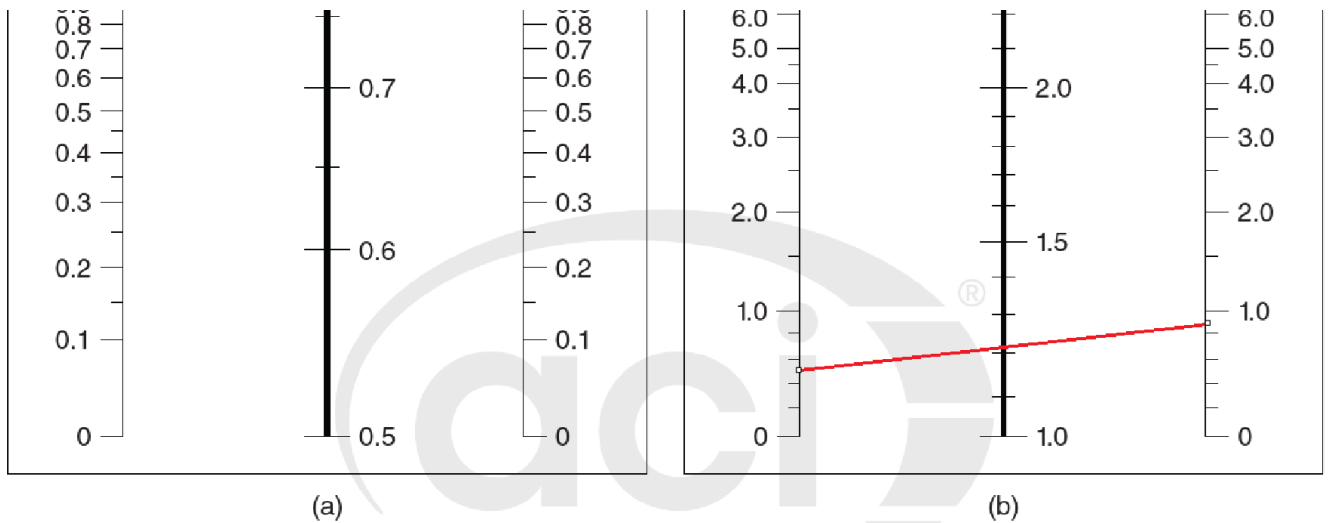
$$\psi_A = \frac{\frac{213333.33}{350} + 0}{\frac{312,500}{500} + \frac{312,500}{500}} = 0.49$$

$$\psi_B = \frac{\frac{213333.33}{350} + \frac{213333.33}{470}}{\frac{312,500}{500} + \frac{312,500}{500}} = 0.85$$

Haciendo uso de los nomogramas de Jackson se obtienen los siguientes datos:

Factor K para estructuras no arriostradas

$$K = 1.21$$



Se procede a calcular la esbeltez con la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{KL}{r}; \text{ Donde } r = 0.3 * \text{lado menor, para columnas rectangulares}$$

$$\lambda = \frac{KL}{r} = \frac{1.20 * 3.50}{0.3 * 0.40} = 35.3$$

La columna es intermedia, por lo tanto, se tienen que magnificar los momentos actuantes antes de empezar a diseñar, para ello calculamos lo siguiente:

Factor de flujo plástico

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu}$$

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu} = 0.83$$

Rigidez del elemento

$$EI = 643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

Carga crítica mediante la fórmula de Euler

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * E I}{(k L_u)^2} = \frac{\pi^2 (643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2)}{(1.21 * 3.50 \text{ m})^2} = 354.29 \text{ ton}$$

Factor de magnificación de momentos

$$P_x = \frac{CM}{1 - \frac{P_u}{\phi * P_{cr}}}$$

Donde:

$$P_x = \frac{1}{1 - \frac{27.12 \text{ ton}}{0.7 * 354.29 \text{ ton}}} = 1.12$$

Momento magnificado

$$M_c = \delta * M_u$$

$$M_x = 1.12 * 7,796 \text{ kg} \cdot \text{m} = 8,731.52 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

**Momentos finales de diseño y carga de diseño**

$$M_x = 8,731.52 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_y = 12,279.68 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$P_u = \text{Carga actuante} = 27,123 \text{ kg}$$

**Cálculo de carga última.**

La carga última resistida por la columna según el área de acero propuesto.

Cálculo de excentricidades

$$e_x = \frac{M_x}{P_u} = \frac{8,731.52 \text{ kg} \cdot \text{m}}{27,123 \text{ kg}} = 0.32 \text{ m}$$

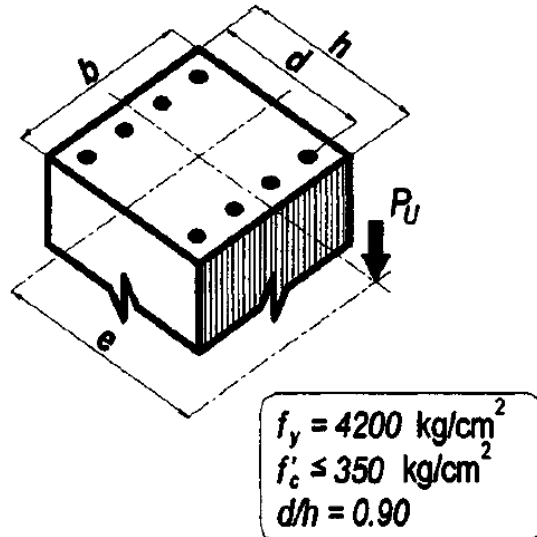
$$e_y = \frac{M_y}{P_u} = \frac{12,279.68 \text{ kg} \cdot \text{m}}{27,123 \text{ kg}} = 0.45 \text{ m}$$

Relación e/h

$$\left(\frac{e}{h}\right)_x = \frac{0.32}{0.40} = 0.80$$

$$\left(\frac{e}{h}\right)_y = \frac{0.45}{0.40} = 1.125 = 1.12$$

Relación volumétrica (condición para elegir las gráficas de interacción)



$$\frac{d}{h} = \frac{\text{peralte}}{\text{ancho}}$$

$$\frac{d}{h} = \frac{(40\text{cm} - 3\text{cm})}{40\text{cm}} = 0.925$$

Al no contar con una gráfica con  $d/h$  de 0.925, se evaluarán las de 0.9 y 0.95 para realizar un promedio.

Carga crítica

$$P'_{u_{\text{crítico}}} = \frac{27.123 \text{ ton}}{0.70} = 38.75 \text{ ton}$$

Acero mínimo requerido

Como la columna es de 40 X 40, su área gruesa es  $A_g = 1600\text{cm}^2$ . El reglamento exige una cuantía mínima del 1% (0.01). Por lo tanto, lo mínimo absoluto que puede llevar son  $16\text{cm}^2$  de acero.

$$A_{s \text{ min}} = 0.01 A_g = 0.01 (40 \times 40) = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{acero propuesto}} = 8 \text{ No. 6} = 22.80 \text{ cm}^2$$

**\*Se propone el armado longitudinal y se evaluará si en combinación con el concreto soportan las cargas y momentos influyentes.**

Relación de la carga soportada por el acero (q)

$$q = \left( \frac{As \text{ prop.}}{Ag} \right) \left( \frac{fy}{0.85 * f'c} \right)$$

$$q = \left( \frac{22.80}{40 \times 40} \right) \left( \frac{4200}{0.85 * 280} \right) = 0.25$$

En los diagramas de interacción de los anexos, este valor equivale a q.

Factores K

Se determinaron mediante iteraciones en los diagramas de columnas rectangulares. Estos diagramas se encuentran en los anexos.

**Tabla 1.** Factores K para la columna de diseño

*Factores K para la columna de diseño*

|     | <i>d/h = 0.90</i> | <i>d/h = 0.95</i> | <i>d/h = 0.925</i> |
|-----|-------------------|-------------------|--------------------|
| K'x | 0.41              | 0.44              | 0.425              |
| K'y | 0.32              | 0.35              | 0.335              |

*Nota:* Elaboración propia (2025).

Carga última resistente

Fórmula de Bresler

Donde:

P'u = valor aproximado de carga de falla con excentricidad ex y ey

P'x = carga de falla cuando solamente existe excentricidad en ex

P'y = carga de falla cuando solamente existe excentricidad en ey

P'o = carga de falla cuando el elemento tiene carga axial pura

$$P'_u = \frac{1}{\frac{1}{P'_x} + \frac{1}{P'_y} - \frac{1}{P'_o}}$$

$$P'_o = 0.85 f'c Ag + Ast Fy$$

$$P'_o = 0.85 * 280 * 40 * 40 + 22.80 * 4200 = 476560 \text{ kg} = 476.56 \text{ ton}$$

$$P'_{xo} = k'x * f'c * AG$$

$$P'_{xo} = 0.425 * 280 * 40 * 40 = 190,400 \text{ kg} = 190.4 \text{ ton}$$

$$P'_{yo} = k'y * f'c * AG$$

$$P'_{yo} = 0.335 * 280 * 40 * 40 = 150,080 \text{ kg} = 150.08 \text{ ton}$$

Carga resistente

$$P'_u = \frac{1}{\frac{1}{190.4} + \frac{1}{150.08} - \frac{1}{476.56}} = 101.86 \text{ ton}$$

*Carga resistente > Carga crítica*

### Refuerzo transversal

El refuerzo transversal resiste los esfuerzos por cortante que pueden ser producidos y generados por los sismos, por lo que, se deben confinar para absorber la energía producida.

Separación del refuerzo

$$\frac{d}{2} = \frac{37 \text{ cm}}{2} = 18.5 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}$$

### Longitud de confinamiento

Según el ACI 318S-25 en la sección 18.7.5.1, debe colocarse refuerzo transversal en una *l*o medida desde cada cara del nudo y a ambos lados de cualquier sección donde ocurra fluencia, el mayor de:

La altura de la columna en la cara del nudo o en la sección donde puede ocurrir fluencia por flexión.

- Un sexto de la luz
- 18 pulgadas.
- *L mayor columna*

$$\frac{Lu}{6} = \frac{3.50}{6} = 0.58 \approx 0.60 \text{ m}$$

$$L \text{ mayor columna} = 0.40 \text{ m}$$

$$18 \text{ in} = 0.45 \text{ m}$$

*Confinamiento en ambos extremos, Longitud = 60 cm*

### Espaciamiento por confinamiento

$$S_o = \frac{2 A_v}{L_n * \rho_s}$$

Donde:

$S_o$  = espaciamiento por confinamiento

$A_v$  = área de varilla

$L_n$  = lado mayor del estribo sin recubrimiento

$\rho_s$  = relación volumétrica del refuerzo al volumen total del núcleo

Relación volumétrica

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_n} - 1 \right) * \frac{f'_c}{f_y}$$

Donde:

*A<sub>g</sub> = Área total de la sección*

*A<sub>n</sub> = Área del núcleo medida al diámetro exterior de la varilla*

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{40 * 40}{34 * 34} - 1 \right) * \frac{280}{4200} = 0.011$$

$$S_o = \frac{2 * 0.71}{25.5 \text{ cm} * 0.011} = 5.0 \text{ cm}$$

El espacio por confinamiento es de 5.0 cm

### Resumen del refuerzo calculado

✓ **Refuerzo longitudinal**

$$8 \text{ No. 6} = 22.80 \text{ cm}^2$$

✓ **Refuerzo transversal**

*Estribos No. 3 @ 0.05m a 0.60 m de los extremos*

*Estribos No. 3 @ 0.15m en el centro*

### **HOJA DE TRABAJO NO. 3**

Para los datos de la columna siguiente, realizar el diseño estructural y determinar lo siguiente:

#### **Columna:**

Sección: 0.35 m x 0.35 m

Longitud = 3 m

$M_x = 13 \text{ Ton}\cdot\text{m}$

$M_y = 9.1 \text{ Ton}\cdot\text{m}$

$V_{act} = 8.9 \text{ Ton}$

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$P_u = 40 \text{ Ton}$

- Si resiste a la carga que está sometida
- El armado de acero que llevará
- Si resiste a la carga si su sección original es de 0.30 m x 0.30 m
- A su criterio, sería mejor utilizar una sección de 0.35 m x 0.35 m o una sección de 0.40 m x 0.40 m

## PRÁCTICA No. 4

### LOSAS

#### 1. Propósitos de la práctica:

- 1.1 Predimensionar correctamente el espesor de una losa.
- 1.2 Realizar el balance de momentos de una losa.
- 1.3 Realizar el diseño estructural de una losa.

#### 2. Marco teórico

##### Losas

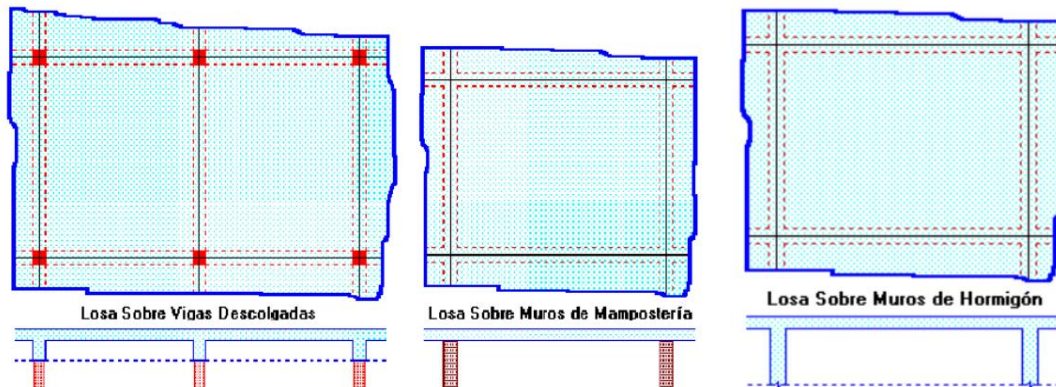
Las losas son elementos estructurales que funcionan como cubierta o techo. Están apoyadas en los cuatro lados, de forma que se obtiene una acción en dos direcciones.

Para diseñarlas existen varios métodos, en este caso se utiliza el método 3 del aci – 318 – 63.

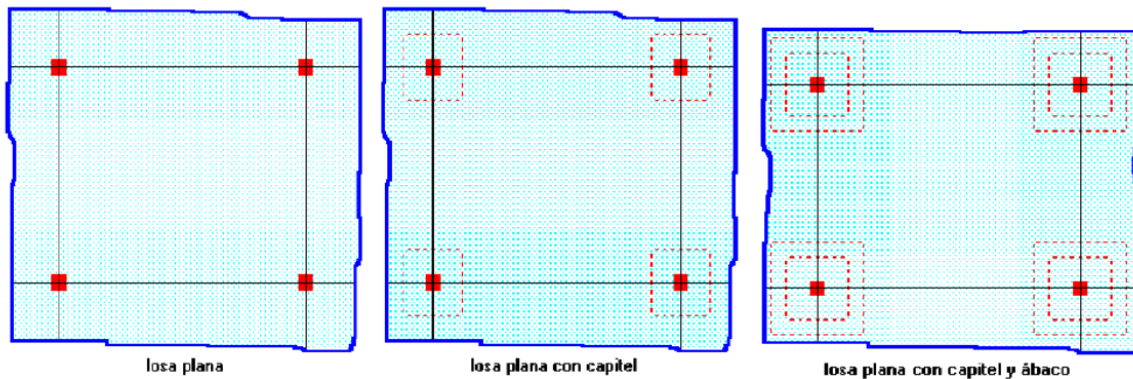
El Método 3 del ACI 318-63 (también conocido como el Método de los Coeficientes del ACI) es un método simplificado y analítico utilizado en ingeniería civil para el diseño y cálculo de momentos flectores y fuerzas cortantes en losas de concreto armado que trabajan en dos direcciones (losas bidireccionales).

##### Tipos de losas

Las losas pueden estar soportadas perimetral e interiormente por vigas monolíticas de mayor peralte, por vigas de otros materiales independientes o integradas a la losa; o soportadas por muros de concreto, muros de mampostería o muros de otro material, en cuyo caso se las llama Losas Sustentadas sobre Vigas o Losas Sustentadas sobre Muros, respectivamente.



Las losas pueden sustentarse directamente sobre las columnas, llamándose en este caso Losas Planas, que en su forma tradicional no son adecuadas para zonas de alto riesgo sísmico como las existentes en nuestro país, pues no disponen de capacidad resistente suficiente para incursionar dentro del rango inelástico de comportamiento de los materiales, con lo que se limita considerablemente su ductilidad. Pueden utilizarse capiteles y ábacos para mejorar la integración de las losas planas con las columnas, y para mejorar la resistencia de las losas al punzonamiento.



### Predimensionamiento de losas

Se debe evaluar si la losa trabaja en un sentido o dos sentidos, mediante la siguiente relación:

$$m = \frac{A}{B} \geq 0.5, \text{ losa en dos sentidos}$$

$$m = \frac{A}{B} \leq 0.5, \text{ losa en un sentido}$$

**A** es la longitud del lado corto de la losa.

**B** es la longitud del lado largo de la losa.

### Espesor de la losa:

**Losa en 1 sentido:** Las Losas Unidireccionales se comportan básicamente como vigas anchas, que se suelen diseñar tomando como referencia una franja de ancho unitario (un metro de ancho). Su espesor requerido se calcula como:

$$t = \frac{A}{24}$$

**Losas en 2 sentidos:** Cuando las losas se sustentan en dos direcciones ortogonales, se desarrollan esfuerzos y deformaciones en ambas direcciones, recibiendo el nombre de Losas Bidireccionales. Su espesor requerido se calcula como:

$$t = \frac{P}{180}$$

**Losas en voladizo**

$$t = \frac{L}{10}$$

**t** = Espesor total de la losa.

**A** = Longitud del lado corto de la losa (luz libre donde se apoya).

**P** = Perímetro total de la losa (la suma de los cuatro lados  $(2A + 2B)$ ).

**L** = Longitud libre del voladizo (la distancia desde el apoyo hasta la punta del voladizo).

### Recubrimiento mínimo

El acero de refuerzo en losas fundidas in situ debe tener un recubrimiento mínimo de 2.5 cm.

El acero de refuerzo en losas prefabricadas debe tener un recubrimiento mínimo de 1.5 cm.

### Armadura mínima:

En losas de espesor constante (losas macizas), cuando se utilice acero de refuerzo con esfuerzo de fluencia  $F_y = 2800 \text{ Kg/cm}^2$  o  $F_y = 3500 \text{ Kg/cm}^2$ , la cuantía de armado mínimo para resistir la retracción de fraguado y los cambios de temperatura ( $\rho_{\text{mín}}$ ), la  $\rho_{\text{mín}}$  será de 0.0020, en dos direcciones ortogonales.

Esta armadura no debe colocarse con separaciones superiores a 5 veces el espesor de la losa ni 45 cm.

En losas de espesor constante, cuando se utilice acero de refuerzo con  $F_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$ , la cuantía mínima para resistir cambios temperatura y retracción de fraguado  $\rho_{\text{mín}}$  será de 0.0018, y los espaciamientos serán similares al punto anterior.

### Armadura máxima:

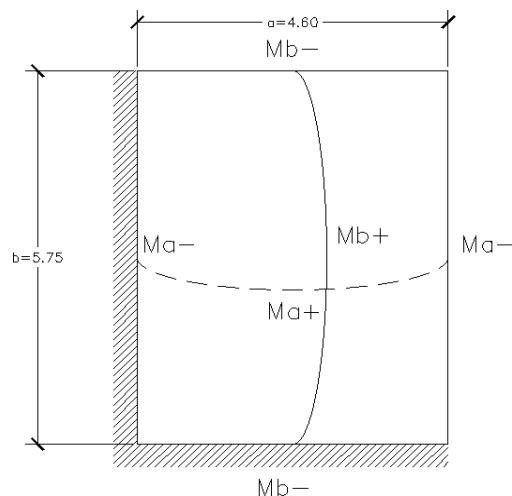
Con el objeto de asegurar una ductilidad mínima, no se podrá proporcionar más armadura a una losa que el 75% de la cuantía balanceada cuando no resiste sismo, y que el 50% de la cuantía balanceada cuando resiste sismo.

$$\rho_{\text{máx}} = 0.75 \rho_b (\text{si las losas no resisten sismo})$$

$$\rho_{\text{máx}} = 0.50 \rho_b (\text{si las losas resisten sismo})$$

### Diseño

El esquema de la losa para el cálculo de momentos será el siguiente:



**Ejemplo:** Diseñar el armado de las losas, con los siguientes datos:

Datos de cargas

$$\text{Carga viva} = 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Sobrecarga} = 60 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

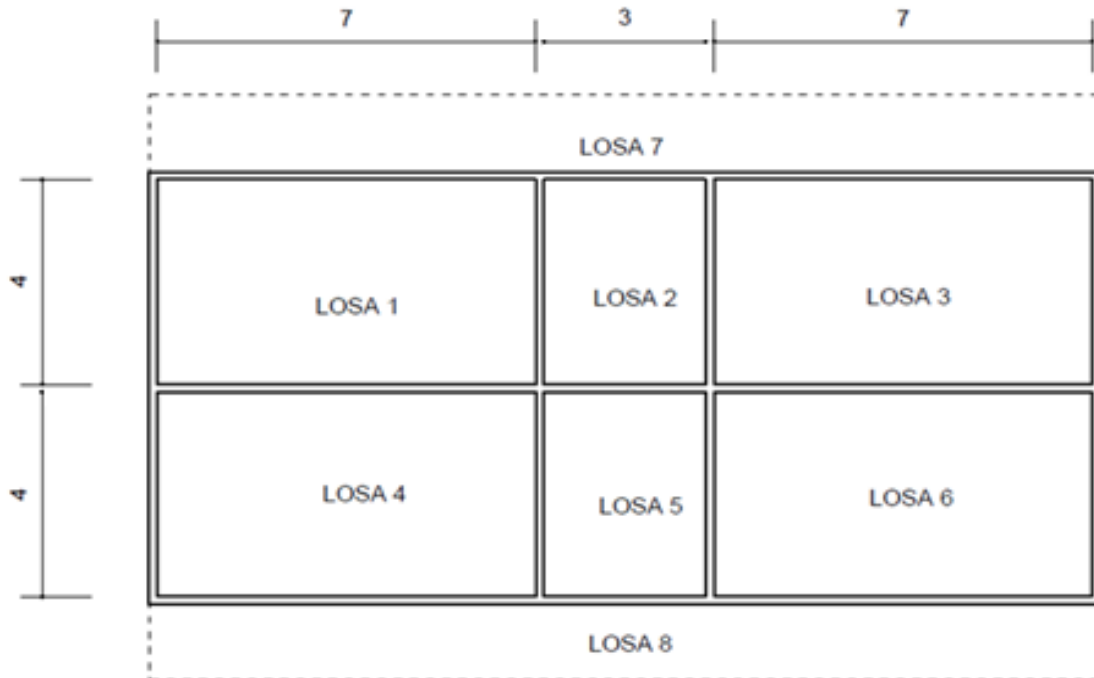
## Materiales

$$\text{Resistencia del concreto} = f'c = 210 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Resistencia del acero} = fy = 2810 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Peso volumetrico del concreto} = Wc = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Módulo de elasticidad del acero} = Es = 2.1 * 10^4 \text{ kg/cm}^2$$



**\*El voladizo (en línea discontinua) tendrá 1.5m en ambos lados**

## Predimensionamiento

Losas 1, 4, 3 y 6

$$m = \frac{4}{7} = 0.57; \text{ losas en 2 sentidos}$$

Espesor

$$t = \frac{4 * 2 + 7 * 2}{180} = 0.122m \approx 12.5 \text{ cm}$$

Losas 2 y 5

$$m = \frac{3}{4} = 0.75; \text{ losas en 2 sentidos}$$

Espesor

$$t = \frac{3 * 2 + 4 * 2}{180} = 0.077m \approx 0.08 \text{ cm}$$

## Losas en voladizo

$$t = \frac{l}{10} = \frac{1.50m}{10} = 0.15 m$$

Por lo tanto, se usará un espesor de losa de 15 cm.

### Cálculo de carga de diseño:

#### Cargas

##### Carga muerta

$$w_{losa} = \frac{2400kg}{m^3} * 0.15m = 360kg/m^2$$
$$w_{acabados} = 60kg/m^2$$

$$CM = w_{losa} + w_{acabados}$$

$$CM = 420 kg/m^2$$

##### Carga viva

$$CV = 100 kg/m^2$$

##### Cargas últimas

$$CUM = 1.4 * \left( \frac{420kg}{m^2} \right) = 588kg/m^2$$

$$CUv = 1.7 * \left( \frac{100 kg}{m^2} \right) = 170kg/m^2$$

$$CU = 758 kg/m^2$$

### Cálculo de momentos en losas

Para el cálculo de momentos en sentido corto y sentido largo, se utilizarán las fórmulas siguientes, según los coeficientes para momentos de losas, véase en anexo 1.2.

Momentos negativos.

$$Ma (-) = C_A * CU * A^2$$

$$Mb (-) = C_B * CU * B^2$$

Momentos positivos

$$Ma (+) = (C_{cm} A) * CUM * A^2 + (C_{cv} A) * CUv * A^2$$

$$Mb (+) = (C_{cm} B) * CUM * B^2 + (C_{cv} B) * CUv * B^2$$

### Momentos bordes discontinuos

$$M_a(-) = 1/3 * M_a(+)$$

$$M_b(-) = 1/3 * M_b(+)$$

Donde:

M = momento actuante

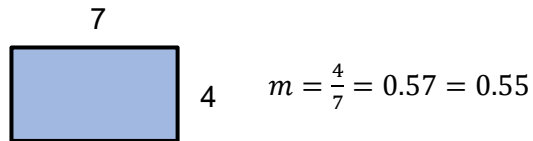
C = coeficiente para momentos

Cu = cargas últimas vivas, muertas y totales

A, B= dimensión del lado corto y largo de la losa, respectivamente.

### Losas 1, 3, 4 y 6

Al tener las mismas dimensiones y la misma condición de continuidad, el cálculo de los momentos es el mismo en las 4 losas.



**Caso 9:** Por definición en el reglamento ACI 318-63, el Caso 9 corresponde exactamente a una losa con tres bordes continuos (empotrados) y un solo borde corto discontinuo (apoyado/libre).

$$M_a(+) = 0.037(588 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) + 0.063 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (4\text{m})^2 \right) = 519 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_a(-) = 0.086(758 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) = 1043 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_b(+) = 0.003(588 \text{ kg/m}^2 * (7\text{m})^2) + 0.005 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (7\text{m})^2 \right) = 128 \text{ kg} * \text{m}$$

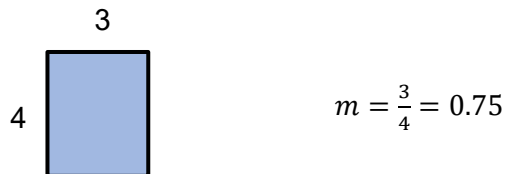
$$M_b(-) = 0.005(758 \text{ kg/m}^2 * (7\text{m})^2) = 186 \text{ kg} * \text{m}$$

### Momentos bordes discontinuos

$$M_b(-) = 1/3 * M_b(+)$$

$$M_b(-) = 1/3 * 128 = 43$$

### Losas 2 y 5



**Caso 2:** Todos los bordes son continuos (losa totalmente confinada)

$$M_a(+) = 0.061(588 \text{ kg/m}^2 * (3\text{m})^2) + 0.061 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (3\text{m})^2 \right) = 416 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_a(-) = 0.069(758 \text{ kg/m}^2 * (3\text{m})^2) = 471 \text{ kg} * \text{m}$$

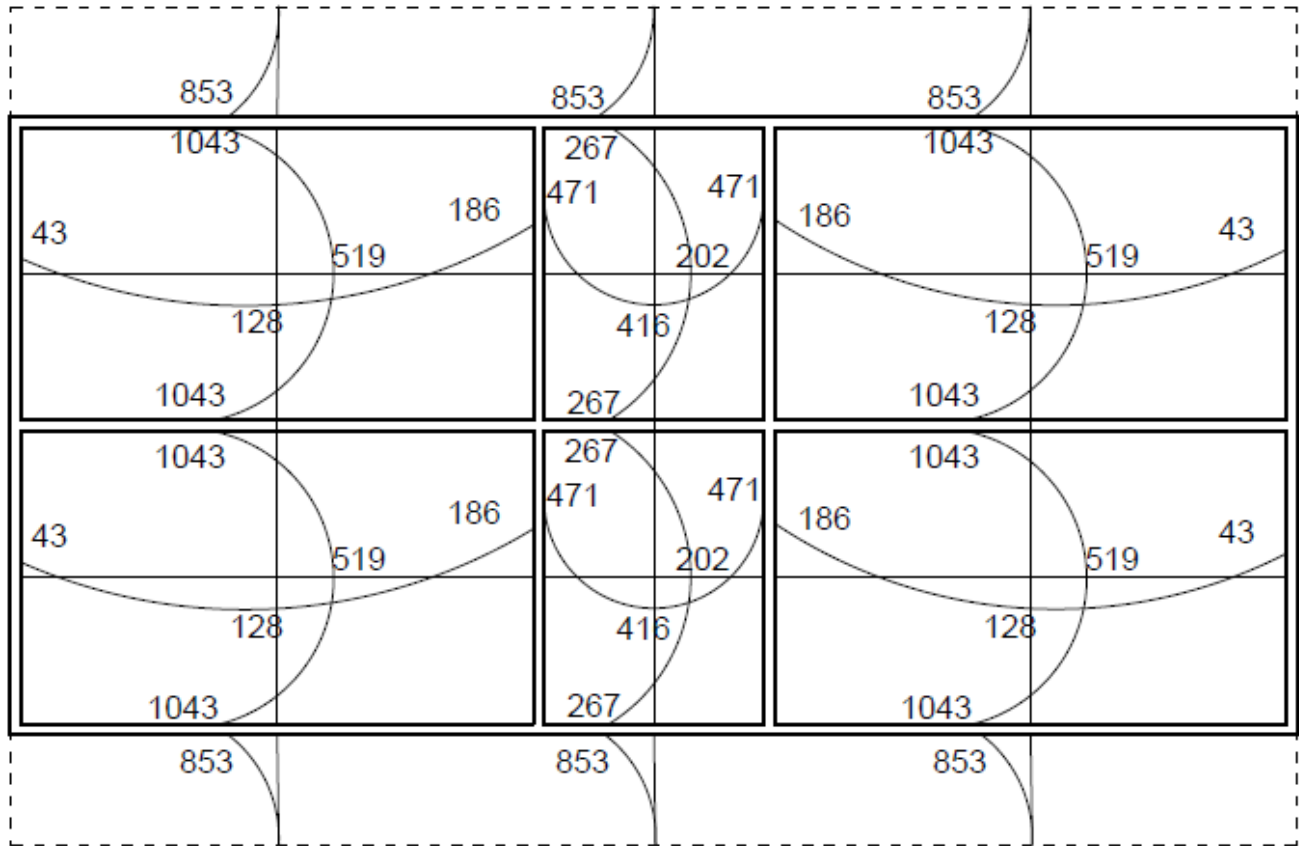
$$M_b(+) = 0.019(588 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) + 0.019 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (4\text{m})^2 \right) = 202 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_b(-) = 0.022(758 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) = 267 \text{ kg} * \text{m}$$

## Voladizos

$$M(-) = \frac{w l^2}{2} = \frac{758 \frac{kg}{m} * (1.5m)^2}{2} = 853 kg * m$$

### Momentos resultantes



## Balance de momentos

Cuando en dos losas que tienen un lado común tienen momentos diferentes, se necesita hacer un balance de momentos para diseñar el refuerzo estructural que necesita. El balance de momentos se hace de la siguiente manera.

Si  $0.8 * MMAYOR \leq MMENOR$ ,  $Mb = (MMAYOR + MMENOR) / 2$

Si  $0.8 \cdot MMAYOR > MMENOR$ , Mb, se hace balance por rigidez

El balance por rigidez se hace con el siguiente procedimiento:

- $K1 = 1/L1$
- $K2 = 1/L2$
- $D1 = K1/(K1+K2)$
- $D2 = K2/(K1+K2)$

$$Mb1 = M_{major} - D1 * (M_{major} - M_{menor})$$

$$Mb2 = Mmenor + D2 * (Mmayor - Mmenor)$$

Momentos a balancear

Losa 1 y 3

$M=186 \text{ kg}\cdot\text{m}$

$M= 471 \text{ kg}\cdot\text{m}$

$0.8 \cdot (471) = 376.8 > 186$ , entonces se hace balance por rigidez

Cálculo de rigideces

$$k_1 = \frac{1}{7} = 0.14 \quad k_2 = \frac{1}{3} = 0.33$$

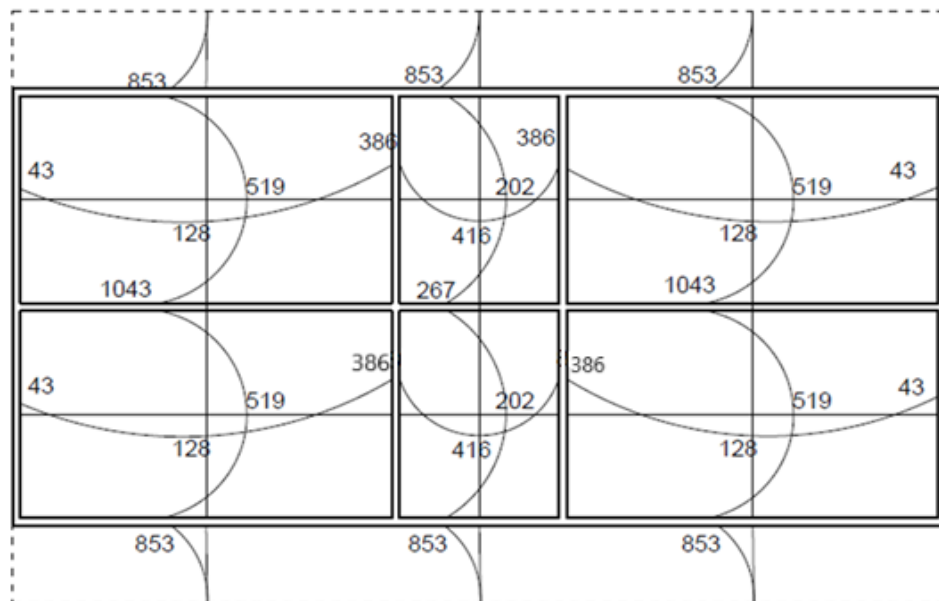
$$D_1 = \frac{0.14}{0.14 + 0.33} = 0.3 \quad D_2 = \frac{0.33}{0.14 + 0.33} = 0.70$$

$$D_1 + D_2 = 0.3 + 0.70 = 1$$

$$M_{b1} = 471 - (0.3)(471 - 186) = 386 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{b2} = 186 + (0.7)(471 - 186) = 386 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

\*Se realiza el mismo procedimiento en los demás casos, obteniendo el siguiente resultado.



### Diseño de acero para refuerzo estructural

#### Peralte efectivo (d)

Asumiendo que se utilizarán varillas no. 3 con un diámetro de 0.9525 cm. Este refuerzo se calcula como si estuviera diseñando una viga con una franja unitaria de 100 cm.

$$d = t - rec - \varnothing/2$$

Donde:

$d$  = Peralte efecto de la losa en cm.

$t$  = Espesor de la losa en cm.

$rec$  = Recubrimiento a utilizar en la losa en cm.

$\phi$  = Diámetro de la varilla propuesta en cm.

$$\phi_{acero} = 3/8" = 0.95 \text{ cm}$$

$$d = 15 - 3 - \frac{0.95}{2} = 11.5 \text{ cm}$$

$$As_{min} = 0.4 \left( \frac{14.1}{f_y} \right) (b)(d)$$

$$As_{min} = 0.4 \left( \frac{14.1}{2810} \right) (100)(11.5) = 2.31 \text{ cm}^2$$

Se toma el valor más alto del acero mínimo calculado anteriormente y se distribuye en una franja de 1m.

#### Espaciamiento (S) para el acero mínimo (Asmin)

$$\frac{2.31 \text{ cm}^2}{0.71 \text{ cm}^2} \cdot \frac{1 \text{ m}}{x}$$

$$S = 0.31 \text{ m}$$

$$S_{max} = 3 \cdot t = 3 \cdot 0.15 = 0.45 \text{ m}$$

Se usará acero #3 @ 0.30 m

#### Momento que resiste el acero mínimo

$$Mu_{As_{min}} = 0.90 (As_{min} \cdot f_y \cdot (d - \frac{As_{min} \cdot f_y}{1.7 \cdot f'_c \cdot b}))$$

Donde

$$d = \text{peralte}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$f'_c = \text{Resistencia del concreto}$$

$$f_y = \text{Resistencia del acero}$$

$$Mu_{As_{min}} = 0.90 (2.31 \cdot 2810 \cdot (11.5 - \frac{2.31 \cdot 2810}{1.7 \cdot 210 \cdot 100}))$$

$$Mu_{As_{min}} = 66120.67 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Mu_{As_{min}} = 661 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

|            |                      |        |
|------------|----------------------|--------|
| Mu (Asmin) | As min               | S      |
| 661 kg*m   | 2.31 cm <sup>2</sup> | 0.30 m |

Para los momentos que son menores o iguales a los que resiste el acero mínimo, se utilizará el acero mínimo y con el espaciamiento máximo; para los momentos que son mayores al resistente por el acero mínimo, se tiene que calcular una nueva área de acero con la siguiente ecuación.

$$As_{req} = 0.85 * \left( b * d - \sqrt{(b * d)^2 - \frac{Mu * b}{0.003825 * f'_c}} \right) * \frac{f'_c}{f_y}$$

Donde:

Asreq = Acero requerido para soportar el momento producido en la viga (cm<sup>2</sup>)

b = Base de la viga (cm)

d = Peralte efectivo de la viga (cm)

Mu = Momento que se quiere soportar (**kg – m**)

f'c = Resistencia de diseño del concreto (kg/ cm<sup>2</sup>)

fy = Resistencia de diseño del acero (kg/ cm<sup>2</sup>)

$$As_{Mu (853kg - m)} = 0.85 * \left( 100 * 11.5 - \sqrt{(100 * 11.5)^2 - \frac{853 * 100}{0.003825 * 210}} \right) * \frac{210}{2810} = 2.99 \text{ cm}^2$$

$$2.99 \text{ cm}^2 \quad \cdot \quad 1 \text{ m}$$

$$0.71 \text{ cm}^2 \quad \cdot \quad x$$

$$S = 0.24 \text{ m}$$

$$As_{Mu (1043kg - m)} = 0.85 * \left( 100 * 11.5 - \sqrt{(100 * 11.5)^2 - \frac{1043 * 100}{0.003825 * 210}} \right) * \frac{210}{2810} = 3.68 \text{ cm}^2$$

$$3.68 \text{ cm}^2 \quad \cdot \quad 1 \text{ m}$$

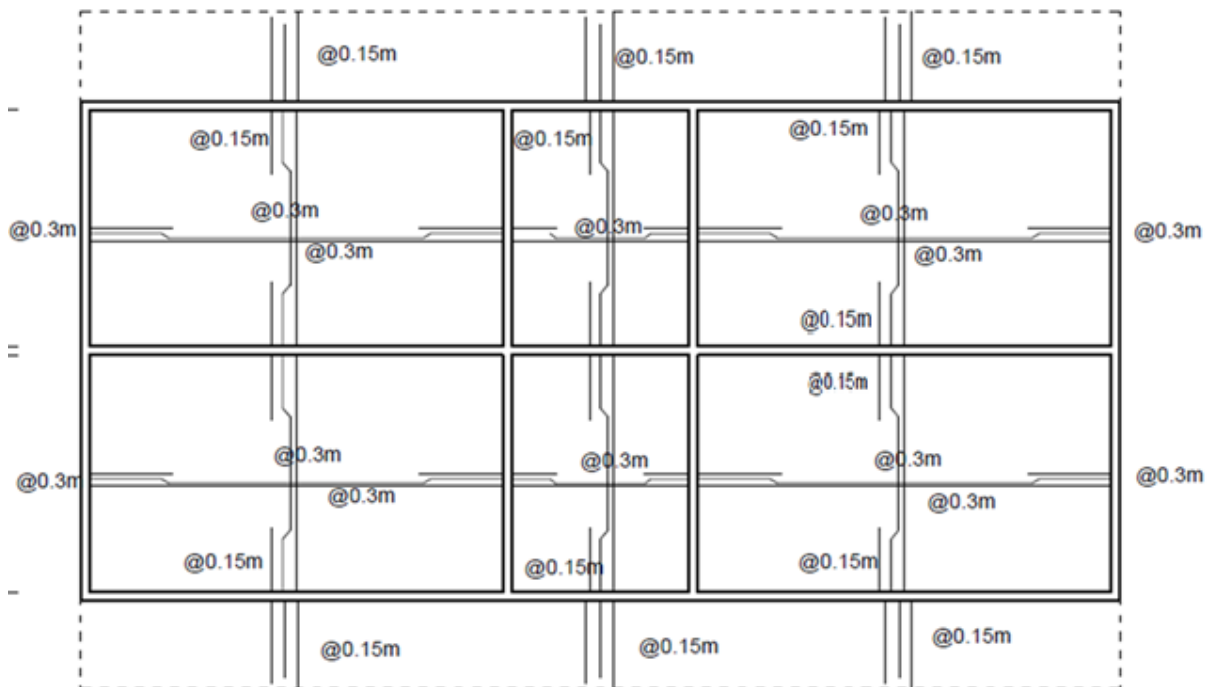
$$0.71 \text{ cm}^2 \quad \cdot \quad x$$

$$S = 0.19 \text{ m}$$

\*Se realiza el mismo procedimiento para todos los momentos restantes superiores al *Mu As min*.

| Mu (kg-m) | As (cm <sup>2</sup> ) | S max | S corregido |
|-----------|-----------------------|-------|-------------|
| 853       | 2.99                  | 0.24  | 0.15        |
| 1043      | 3.68                  | 0.19  | 0.15        |

|     |      |      |     |
|-----|------|------|-----|
| 519 | 1.81 | 0.39 | 0.3 |
| 128 | 0.44 | 1.61 | 0.3 |
| 186 | 0.64 | 1.11 | 0.3 |
| 471 | 1.64 | 0.43 | 0.3 |
| 202 | 0.70 | 1.01 | 0.3 |
| 416 | 1.44 | 0.49 | 0.3 |
| 386 | 1.34 | 0.6  | 0.3 |
| 267 | 0.92 | 0.77 | 0.3 |



### Chequeo por corte:

Las losas se encuentran sometidas a esfuerzos de corte, donde se aplican cargas concentradas, los cuales deben resistirse por los materiales que la conforman, por el tipo de losa que se utiliza, estos esfuerzos deben resistirse por el concreto, por tal razón se debe chequear que el espesor de la losa sea el adecuado. Para este chequeo se utiliza la siguiente ecuación.

$$V_{max} = \frac{C_u * L}{2}$$

Donde;

Cu = Carga última unitaria

L = Lado corto de la losa analizada

Losa 1

$$V_{max} = \frac{758 \text{ kg/m} * 4}{2} = 1516 \text{ kg}$$

### Cálculo del corte máximo resistente (vrc)

$$V_r = \phi * \sqrt{f'_c} * b_w * d$$

Donde:

$V_r$  = Corte que resiste el concreto.

$f'_c$  = Resistencia a la compresión del concreto.

$\phi$  = Factor de reducción de resistencia. = 0.75

$$V_r = 0.75 * \sqrt{210} * 100 \text{ cm} * 11.5 \text{ cm} = 12,408.81 \text{ kg}$$

$V_r > V_{act}$

12,408.81 kg > 1516 kg

Luego de calcular el corte actuante máximo y el corte máximo resistente, se observa que el corte que resiste el concreto es mayor, por lo que se concluye que el espesor utilizado es el adecuado.

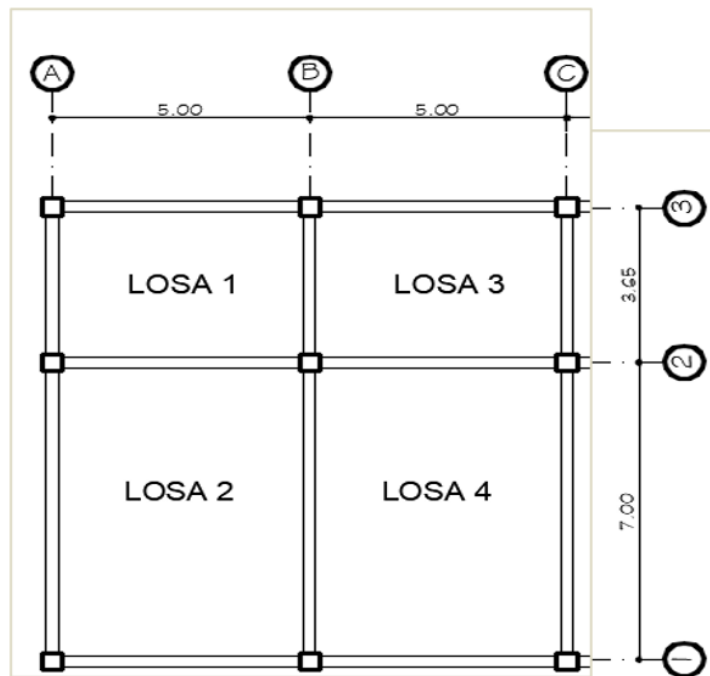
### HOJA DE TRABAJO No. 4

Realizar el diseño estructural para la siguiente losa, los datos para realizar el diseño son:

CM = 684 kg/m<sup>2</sup>

CV = 510 kg/m<sup>2</sup>

CU = 1194 kg/m<sup>2</sup>



## Bibliografía

1. American concrete institute. *Requisitos de reglamento para concreto estructural (aci 318s-14)*. Michigan, Estados Unidos: aci 318s, 2014. 587p.
2. American concrete institute. *Requisitos de reglamento para concreto estructural (aci 318s-25)*. Michigan, Estados Unidos: aci 318s, 2015.
3. Asociación guatemalteca de ingeniería estructural y sísmica. *Agies nse 2.1-18 estudios geotécnicos y de microzonificación*. Guatemala. 2018. 49 p.
4. Asociación guatemalteca de ingeniería estructural y sísmica. *Agies nse 2.-18 demandas estructurales, condiciones de sitio y niveles de protección*. Guatemala. 2018. 72 p.
5. Asociación guatemalteca de ingeniería estructural y sísmica. *Agies nse 3-10 diseño estructural de edificaciones*. Guatemala. 2018. 28 p.
6. H. Nilson, Arthur. *Diseño de estructuras de concreto*. Mcgraw hill. 12a ed. Bogotá, Colombia. 1999. 722

## ANEXOS

### 1. Tablas de coeficientes para diseño de losas

**TABLA 12.3**

**Coeficientes para momentos negativos en losas<sup>a</sup>**

$$M_{a,neg} = C_{a,neg} w l_a^2$$

donde w = carga muerta más viva uniforme total

$$M_{b,neg} = C_{b,neg} w l_b^2$$

| Relación<br>$m = \frac{l_a}{l_b}$ | Caso 1                                                                            | Caso 2                                                                            | Caso 3                                                                            | Caso 4                                                                            | Caso 5                                                                            | Caso 6                                                                            | Caso 7                                                                              | Caso 8                                                                              | Caso 9                                                                              |
|-----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|                                   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1.00 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.045<br>0.045                                                                    | 0.076                                                                             | 0.050<br>0.050                                                                    | 0.075                                                                             | 0.071                                                                             | 0.071                                                                               | 0.033<br>0.061                                                                      | 0.061<br>0.033                                                                      |
| 0.95 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.050<br>0.041                                                                    | 0.072                                                                             | 0.055<br>0.045                                                                    | 0.079                                                                             | 0.075                                                                             | 0.067                                                                               | 0.038<br>0.056                                                                      | 0.065<br>0.029                                                                      |
| 0.90 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.055<br>0.037                                                                    | 0.070                                                                             | 0.060<br>0.040                                                                    | 0.080                                                                             | 0.079                                                                             | 0.062                                                                               | 0.043<br>0.052                                                                      | 0.068<br>0.025                                                                      |
| 0.85 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.060<br>0.031                                                                    | 0.065                                                                             | 0.066<br>0.034                                                                    | 0.082                                                                             | 0.083                                                                             | 0.057                                                                               | 0.049<br>0.046                                                                      | 0.072<br>0.021                                                                      |
| 0.80 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.065<br>0.027                                                                    | 0.061                                                                             | 0.071<br>0.029                                                                    | 0.083                                                                             | 0.086                                                                             | 0.051                                                                               | 0.055<br>0.041                                                                      | 0.075<br>0.017                                                                      |
| 0.75 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.069<br>0.022                                                                    | 0.056                                                                             | 0.076<br>0.024                                                                    | 0.085                                                                             | 0.088                                                                             | 0.044                                                                               | 0.061<br>0.036                                                                      | 0.078<br>0.014                                                                      |
| 0.70 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.074<br>0.017                                                                    | 0.050                                                                             | 0.081<br>0.019                                                                    | 0.086                                                                             | 0.091                                                                             | 0.038                                                                               | 0.068<br>0.029                                                                      | 0.081<br>0.011                                                                      |
| 0.65 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.077<br>0.014                                                                    | 0.043                                                                             | 0.085<br>0.015                                                                    | 0.087                                                                             | 0.093                                                                             | 0.031                                                                               | 0.074<br>0.024                                                                      | 0.083<br>0.008                                                                      |
| 0.60 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.081<br>0.010                                                                    | 0.035                                                                             | 0.089<br>0.011                                                                    | 0.088                                                                             | 0.095                                                                             | 0.024                                                                               | 0.080<br>0.018                                                                      | 0.085<br>0.006                                                                      |
| 0.55 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.084<br>0.007                                                                    | 0.028                                                                             | 0.092<br>0.008                                                                    | 0.089                                                                             | 0.096                                                                             | 0.019                                                                               | 0.085<br>0.014                                                                      | 0.086<br>0.005                                                                      |
| 0.50 $C_{a,neg}$<br>$C_{b,neg}$   |                                                                                   | 0.086<br>0.006                                                                    | 0.022                                                                             | 0.094<br>0.006                                                                    | 0.090                                                                             | 0.097                                                                             | 0.014                                                                               | 0.089<br>0.010                                                                      | 0.088<br>0.003                                                                      |

<sup>a</sup> Un borde achurado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

**TABLA 12.4**
**Coeficientes para momentos positivos debidos a carga muerta en losas"**

$$M_{a,pos,dl} = C_{a,dl} w l_a^2$$

donde w = carga muerta uniforme total

$$M_{b,pos,dl} = C_{b,dl} w l_b^2$$

| Relación<br>$m = \frac{l_a}{l_b}$ |                          | Caso 1                                                                            | Caso 2                                                                            | Caso 3                                                                            | Caso 4                                                                            | Caso 5                                                                            | Caso 6                                                                             | Caso 7                                                                              | Caso 8                                                                              | Caso 9                                                                              |
|-----------------------------------|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|                                   |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1.00                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.036<br>0.036                                                                    | 0.018<br>0.018                                                                    | 0.018<br>0.027                                                                    | 0.027<br>0.027                                                                    | 0.027<br>0.018                                                                    | 0.033<br>0.027                                                                     | 0.027<br>0.033                                                                      | 0.020<br>0.023                                                                      | 0.023<br>0.020                                                                      |
| 0.95                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.040<br>0.033                                                                    | 0.020<br>0.016                                                                    | 0.021<br>0.025                                                                    | 0.030<br>0.024                                                                    | 0.028<br>0.015                                                                    | 0.036<br>0.024                                                                     | 0.031<br>0.031                                                                      | 0.022<br>0.021                                                                      | 0.024<br>0.017                                                                      |
| 0.90                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.045<br>0.029                                                                    | 0.022<br>0.014                                                                    | 0.025<br>0.024                                                                    | 0.033<br>0.022                                                                    | 0.029<br>0.013                                                                    | 0.039<br>0.021                                                                     | 0.035<br>0.028                                                                      | 0.025<br>0.019                                                                      | 0.026<br>0.015                                                                      |
| 0.85                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.050<br>0.026                                                                    | 0.024<br>0.012                                                                    | 0.029<br>0.022                                                                    | 0.036<br>0.019                                                                    | 0.031<br>0.011                                                                    | 0.042<br>0.017                                                                     | 0.040<br>0.025                                                                      | 0.029<br>0.017                                                                      | 0.028<br>0.013                                                                      |
| 0.80                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.056<br>0.023                                                                    | 0.026<br>0.011                                                                    | 0.034<br>0.020                                                                    | 0.039<br>0.016                                                                    | 0.032<br>0.009                                                                    | 0.045<br>0.015                                                                     | 0.045<br>0.022                                                                      | 0.032<br>0.015                                                                      | 0.029<br>0.010                                                                      |
| 0.75                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.061<br>0.019                                                                    | 0.028<br>0.009                                                                    | 0.040<br>0.018                                                                    | 0.043<br>0.013                                                                    | 0.033<br>0.007                                                                    | 0.048<br>0.012                                                                     | 0.051<br>0.020                                                                      | 0.036<br>0.013                                                                      | 0.031<br>0.007                                                                      |
| 0.70                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.068<br>0.016                                                                    | 0.030<br>0.007                                                                    | 0.046<br>0.016                                                                    | 0.046<br>0.011                                                                    | 0.035<br>0.005                                                                    | 0.051<br>0.009                                                                     | 0.058<br>0.017                                                                      | 0.040<br>0.011                                                                      | 0.033<br>0.006                                                                      |
| 0.65                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.074<br>0.013                                                                    | 0.032<br>0.006                                                                    | 0.054<br>0.014                                                                    | 0.050<br>0.009                                                                    | 0.036<br>0.004                                                                    | 0.054<br>0.007                                                                     | 0.065<br>0.014                                                                      | 0.044<br>0.009                                                                      | 0.034<br>0.005                                                                      |
| 0.60                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.081<br>0.010                                                                    | 0.034<br>0.004                                                                    | 0.062<br>0.011                                                                    | 0.053<br>0.007                                                                    | 0.037<br>0.003                                                                    | 0.056<br>0.006                                                                     | 0.073<br>0.012                                                                      | 0.048<br>0.007                                                                      | 0.036<br>0.004                                                                      |
| 0.55                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.088<br>0.008                                                                    | 0.035<br>0.003                                                                    | 0.071<br>0.009                                                                    | 0.056<br>0.005                                                                    | 0.038<br>0.002                                                                    | 0.058<br>0.004                                                                     | 0.081<br>0.009                                                                      | 0.052<br>0.005                                                                      | 0.037<br>0.003                                                                      |
| 0.50                              | $C_{a,dl}$<br>$C_{b,dl}$ | 0.095<br>0.006                                                                    | 0.037<br>0.002                                                                    | 0.080<br>0.007                                                                    | 0.059<br>0.004                                                                    | 0.039<br>0.001                                                                    | 0.061<br>0.003                                                                     | 0.089<br>0.007                                                                      | 0.056<br>0.004                                                                      | 0.038<br>0.002                                                                      |

\* Un borde **achurado** indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

TABLA 12.5

Coeficientes para momentos positivos debidos a carga viva en losas"

$$M_{a,pos,II} = C_{a,II} w l_a^2$$

donde w = carga viva uniforme total

$$M_{b,pos,II} = C_{b,II} w l_b^2$$

| Relación<br>$m = \frac{l_a}{l_b}$ |                          | Caso 1                                                                            | Caso 2                                                                            | Caso 3                                                                            | Caso 4                                                                            | Caso 5                                                                            | Caso 6                                                                             | Caso 7                                                                              | Caso 8                                                                              | Caso 9                                                                              |
|-----------------------------------|--------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|                                   |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1.00                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.036<br>0.036                                                                    | 0.027<br>0.027                                                                    | 0.027<br>0.032                                                                    | 0.032<br>0.032                                                                    | 0.032<br>0.027                                                                    | 0.035<br>0.032                                                                     | 0.032<br>0.035                                                                      | 0.028<br>0.030                                                                      | 0.030<br>0.028                                                                      |
| 0.95                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.040<br>0.033                                                                    | 0.030<br>0.025                                                                    | 0.031<br>0.029                                                                    | 0.035<br>0.029                                                                    | 0.034<br>0.024                                                                    | 0.038<br>0.029                                                                     | 0.036<br>0.032                                                                      | 0.031<br>0.027                                                                      | 0.032<br>0.025                                                                      |
| 0.90                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.045<br>0.029                                                                    | 0.034<br>0.022                                                                    | 0.035<br>0.027                                                                    | 0.039<br>0.026                                                                    | 0.037<br>0.021                                                                    | 0.042<br>0.025                                                                     | 0.040<br>0.029                                                                      | 0.035<br>0.024                                                                      | 0.036<br>0.022                                                                      |
| 0.85                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.050<br>0.026                                                                    | 0.037<br>0.019                                                                    | 0.040<br>0.024                                                                    | 0.043<br>0.023                                                                    | 0.041<br>0.019                                                                    | 0.046<br>0.022                                                                     | 0.045<br>0.026                                                                      | 0.040<br>0.022                                                                      | 0.039<br>0.020                                                                      |
| 0.80                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.056<br>0.023                                                                    | 0.041<br>0.017                                                                    | 0.045<br>0.022                                                                    | 0.048<br>0.020                                                                    | 0.044<br>0.016                                                                    | 0.051<br>0.019                                                                     | 0.051<br>0.023                                                                      | 0.044<br>0.019                                                                      | 0.042<br>0.017                                                                      |
| 0.75                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.061<br>0.019                                                                    | 0.045<br>0.014                                                                    | 0.051<br>0.019                                                                    | 0.052<br>0.016                                                                    | 0.047<br>0.013                                                                    | 0.055<br>0.016                                                                     | 0.056<br>0.020                                                                      | 0.049<br>0.016                                                                      | 0.046<br>0.013                                                                      |
| 0.70                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.068<br>0.016                                                                    | 0.049<br>0.012                                                                    | 0.057<br>0.016                                                                    | 0.057<br>0.014                                                                    | 0.051<br>0.011                                                                    | 0.060<br>0.013                                                                     | 0.063<br>0.017                                                                      | 0.054<br>0.014                                                                      | 0.050<br>0.011                                                                      |
| 0.65                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.074<br>0.013                                                                    | 0.053<br>0.010                                                                    | 0.064<br>0.014                                                                    | 0.062<br>0.011                                                                    | 0.055<br>0.009                                                                    | 0.064<br>0.010                                                                     | 0.070<br>0.014                                                                      | 0.059<br>0.011                                                                      | 0.054<br>0.009                                                                      |
| 0.60                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.081<br>0.010                                                                    | 0.058<br>0.007                                                                    | 0.071<br>0.011                                                                    | 0.067<br>0.009                                                                    | 0.059<br>0.007                                                                    | 0.068<br>0.008                                                                     | 0.077<br>0.011                                                                      | 0.065<br>0.009                                                                      | 0.059<br>0.007                                                                      |
| 0.55                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.088<br>0.008                                                                    | 0.062<br>0.006                                                                    | 0.080<br>0.009                                                                    | 0.072<br>0.007                                                                    | 0.063<br>0.005                                                                    | 0.073<br>0.006                                                                     | 0.085<br>0.009                                                                      | 0.070<br>0.007                                                                      | 0.063<br>0.006                                                                      |
| 0.50                              | $C_{a,II}$<br>$C_{b,II}$ | 0.095<br>0.006                                                                    | 0.066<br>0.004                                                                    | 0.088<br>0.007                                                                    | 0.077<br>0.005                                                                    | 0.067<br>0.004                                                                    | 0.078<br>0.005                                                                     | 0.092<br>0.007                                                                      | 0.076<br>0.005                                                                      | 0.067<br>0.004                                                                      |

\* Un borde **achurado** indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas **indica** un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

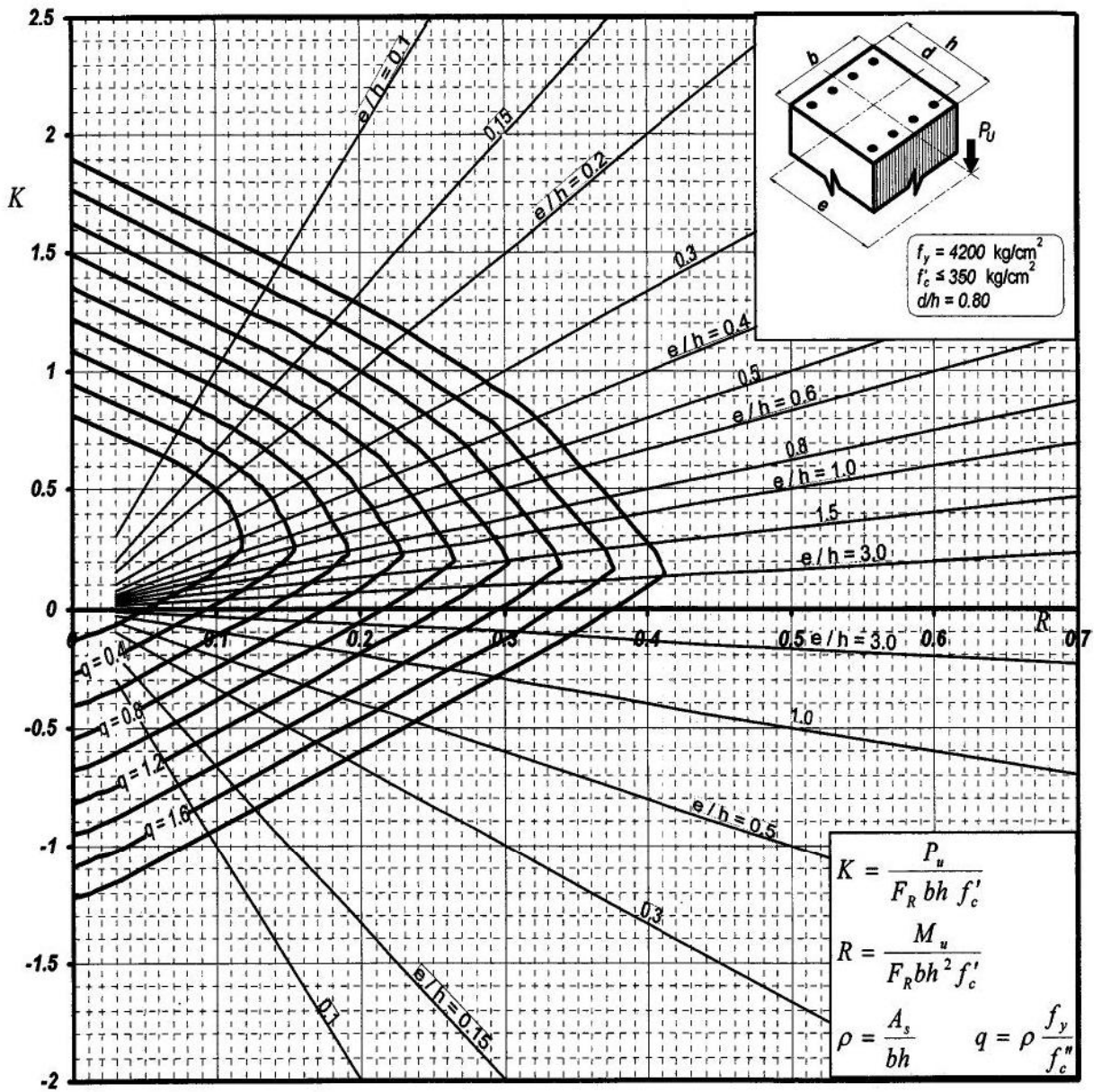
TABLA 12.6

Relación de la carga  $W$  que se transmite en las direcciones  $l_a$  y  $l_b$  para calcular el cortante en la losa y las cargas en los apoyos"

| Relación<br>$m = \frac{l_a}{l_b}$ |                   | Caso1                                                                             | Caso2                                                                             | Caso3                                                                             | Caso4                                                                             | Caso5                                                                             | Caso6                                                                              | Caso7                                                                               | Caso8                                                                               | Caso9                                                                               |
|-----------------------------------|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|                                   |                   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1.00                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.50<br>0.50                                                                      | 0.50<br>0.50                                                                      | 0.17<br>0.83                                                                      | 0.50<br>0.50                                                                      | 0.83<br>0.17                                                                      | 0.71<br>0.29                                                                       | 0.29<br>0.71                                                                        | 0.33<br>0.67                                                                        | 0.67<br>0.33                                                                        |
| 0.95                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.55<br>0.45                                                                      | 0.55<br>0.45                                                                      | 0.20<br>0.80                                                                      | 0.55<br>0.45                                                                      | 0.86<br>0.14                                                                      | 0.75<br>0.25                                                                       | 0.33<br>0.67                                                                        | 0.38<br>0.62                                                                        | 0.71<br>0.29                                                                        |
| 0.90                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.60<br>0.40                                                                      | 0.60<br>0.40                                                                      | 0.23<br>0.77                                                                      | 0.60<br>0.40                                                                      | 0.88<br>0.12                                                                      | 0.79<br>0.21                                                                       | 0.38<br>0.62                                                                        | 0.43<br>0.57                                                                        | 0.75<br>0.25                                                                        |
| 0.85                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.66<br>0.34                                                                      | 0.66<br>0.34                                                                      | 0.28<br>0.72                                                                      | 0.66<br>0.34                                                                      | 0.90<br>0.10                                                                      | 0.83<br>0.17                                                                       | 0.43<br>0.57                                                                        | 0.49<br>0.51                                                                        | 0.79<br>0.21                                                                        |
| 0.80                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.71<br>0.29                                                                      | 0.71<br>0.29                                                                      | 0.33<br>0.67                                                                      | 0.71<br>0.29                                                                      | 0.92<br>0.08                                                                      | 0.86<br>0.14                                                                       | 0.49<br>0.51                                                                        | 0.55<br>0.45                                                                        | 0.83<br>0.17                                                                        |
| 0.75                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.76<br>0.24                                                                      | 0.76<br>0.24                                                                      | 0.39<br>0.61                                                                      | 0.76<br>0.24                                                                      | 0.94<br>0.06                                                                      | 0.88<br>0.12                                                                       | 0.56<br>0.44                                                                        | 0.61<br>0.39                                                                        | 0.86<br>0.14                                                                        |
| 0.70                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.81<br>0.19                                                                      | 0.81<br>0.19                                                                      | 0.45<br>0.55                                                                      | 0.81<br>0.19                                                                      | 0.95<br>0.05                                                                      | 0.91<br>0.09                                                                       | 0.62<br>0.38                                                                        | 0.68<br>0.32                                                                        | 0.89<br>0.11                                                                        |
| 0.65                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.85<br>0.15                                                                      | 0.85<br>0.15                                                                      | 0.53<br>0.47                                                                      | 0.85<br>0.15                                                                      | 0.96<br>0.04                                                                      | 0.93<br>0.07                                                                       | 0.69<br>0.31                                                                        | 0.74<br>0.26                                                                        | 0.92<br>0.08                                                                        |
| 0.60                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.89<br>0.11                                                                      | 0.89<br>0.11                                                                      | 0.61<br>0.39                                                                      | 0.89<br>0.11                                                                      | 0.97<br>0.03                                                                      | 0.95<br>0.05                                                                       | 0.76<br>0.24                                                                        | 0.80<br>0.20                                                                        | 0.94<br>0.06                                                                        |
| 0.55                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.92<br>0.08                                                                      | 0.92<br>0.08                                                                      | 0.69<br>0.31                                                                      | 0.92<br>0.08                                                                      | 0.98<br>0.02                                                                      | 0.96<br>0.04                                                                       | 0.81<br>0.19                                                                        | 0.85<br>0.15                                                                        | 0.95<br>0.05                                                                        |
| 0.50                              | $\frac{W_a}{W_b}$ | 0.94<br>0.06                                                                      | 0.94<br>0.06                                                                      | 0.76<br>0.24                                                                      | 0.94<br>0.06                                                                      | 0.99<br>0.01                                                                      | 0.97<br>0.03                                                                       | 0.86<br>0.14                                                                        | 0.89<br>0.11                                                                        | 0.97<br>0.03                                                                        |

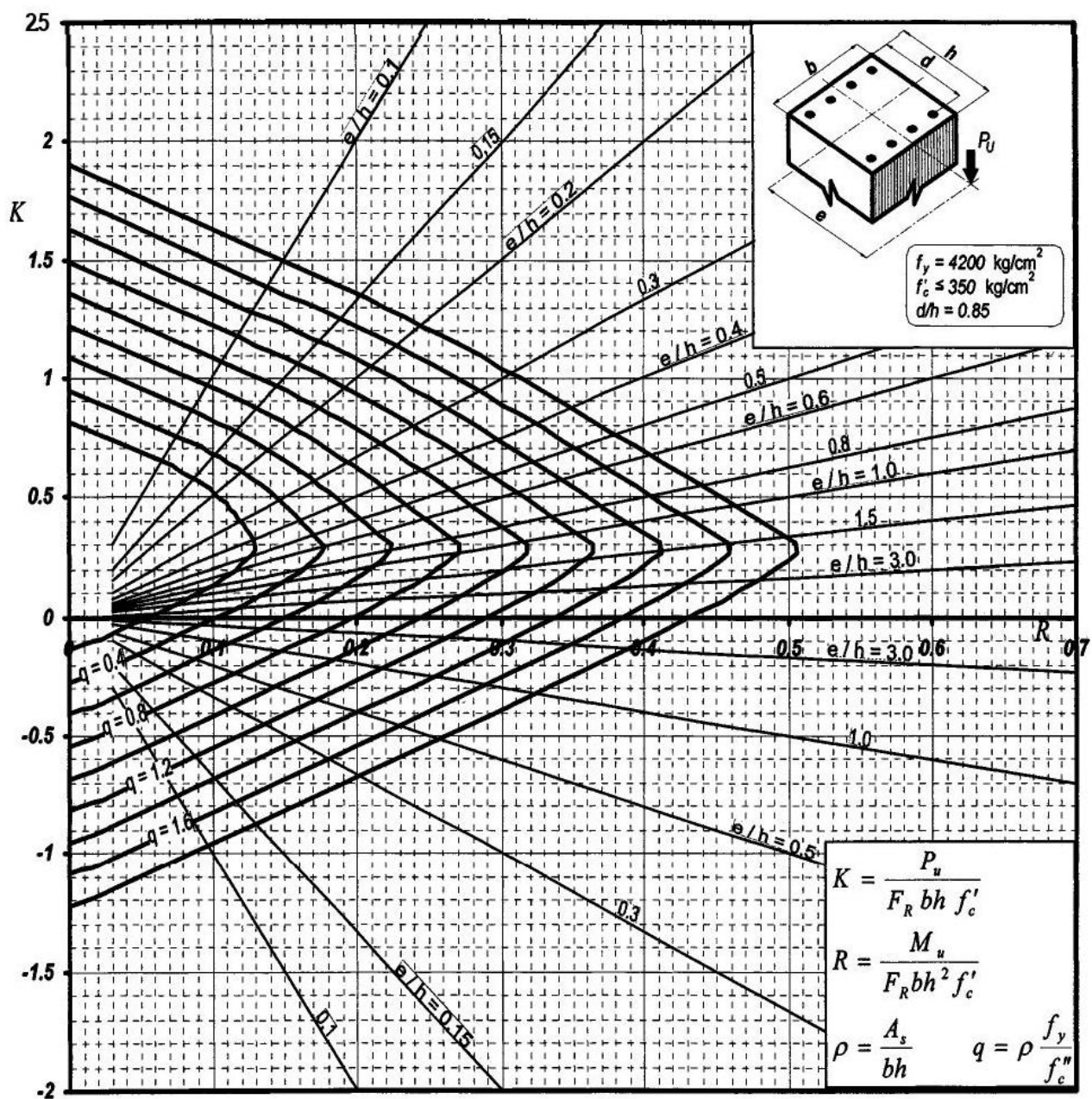
\* Un borde achurado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

2. Diagramas de interacción para el diseño de columnas.



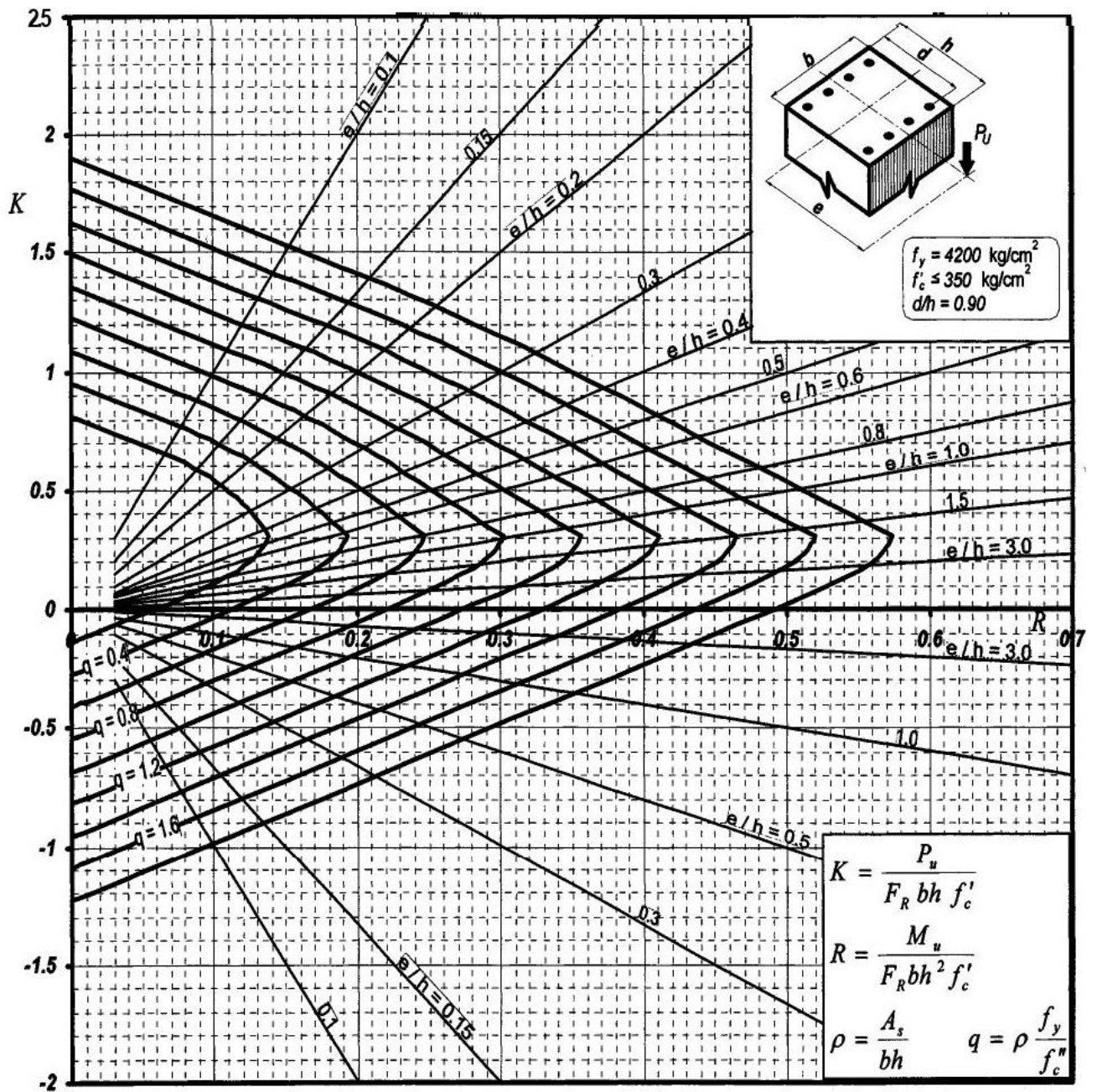
$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f'_c = 0.85 f_c^*$   
 $f_c^* = 0.80 f'_c$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.1



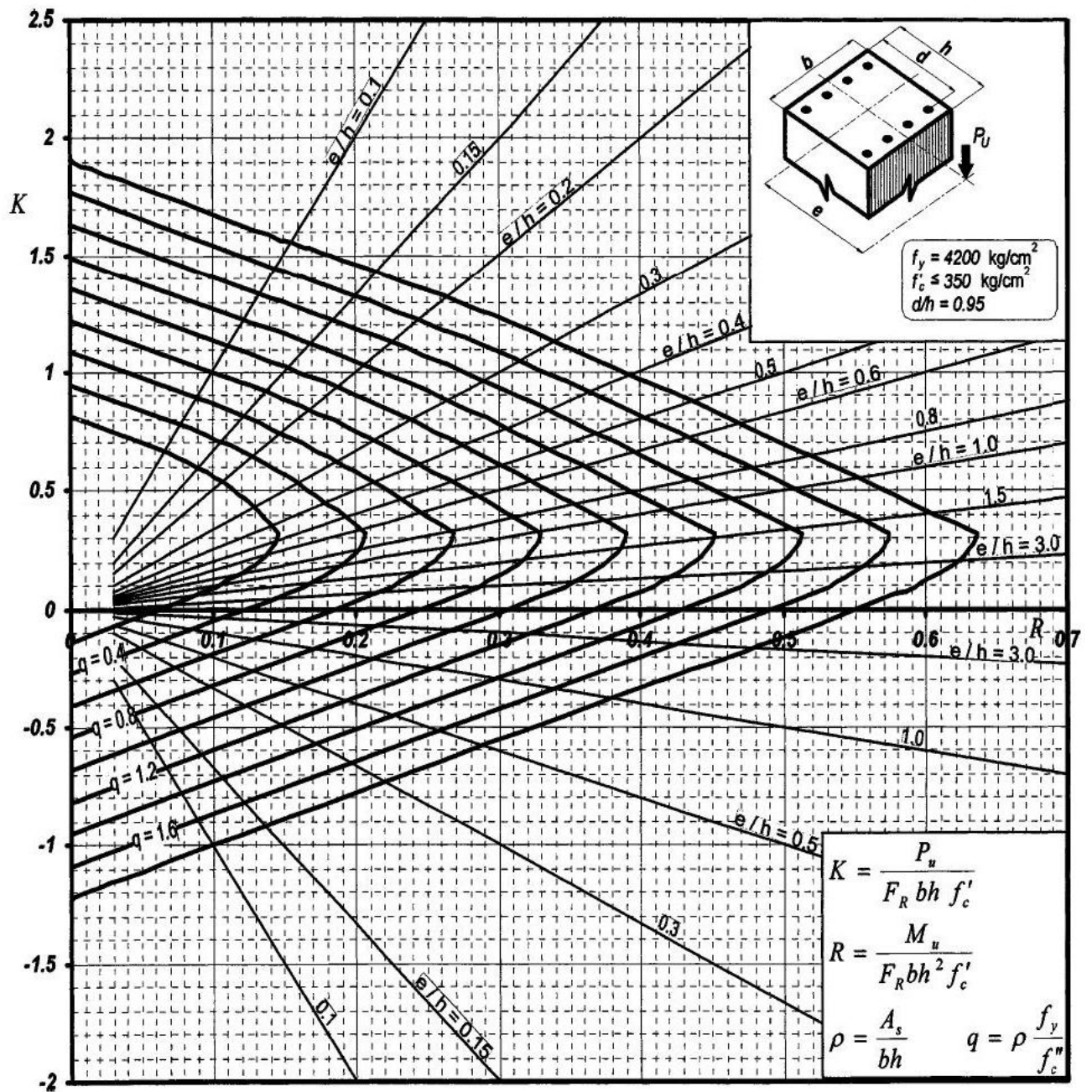
$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f'_c = 0.85 f^*_c$   
 $f^*_c = 0.80 f'_c$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.3



$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f'_c = 0.85 f^*_c$   
 $f^*_c = 0.80 f'_c$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.5



$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f'_c = 0.85 f_c^*$   
 $f_c^* = 0.80 f'_c$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.7