

# MANUAL DISEÑO ESTRUCTURAL



**Segundo semestre, 2025**

### Programación de actividades

<b>Día</b>	<b>Horario</b>	<b>Actividad</b>
Lunes	8:00 –12:00	<b>Practica 1: Envoltente de momentos</b>
Martes	8:00 –12:00	<b>Practica 2: Vigas</b>
Miércoles	8:00 –12:00	<b>Practica 3: Columnas</b>
Jueves	8:00 –12:00	<b>Práctica 4: Losas</b>

Nota: las hojas de trabajo contarán como asistencia de cada día.

### Materiales necesarios para las prácticas de diseño estructural

Cada estudiante deberá traer los siguientes materiales según corresponda en la práctica:

<b>No.</b>	<b>Materiales</b>
1	Cuaderno Regla Lapiceros Calculadora científica Manual impreso
2	Cuaderno Regla Lapiceros Calculadora científica Manual impreso
3	Cuaderno Regla Lapiceros Calculadora científica Manual impreso
4	Cuaderno Regla Lapiceros Calculadora científica Manual impreso

## INSTRUCCIONES PARA REALIZAR LAS PRÁCTICAS

Para la realización adecuada de las prácticas deberán atenderse las siguientes indicaciones:

1. Presentarse puntualmente a la hora del inicio del laboratorio y permanecer durante la duración de este.
2. Realizar las actividades y hojas de trabajo planteadas durante la práctica.
3. Participación y cuidado de cada uno de los integrantes del grupo en todo momento de la práctica.
4. Conocer la teoría, (leer el manual antes de presentarse a cada práctica).
5. **No se permite el uso de teléfono celular dentro del laboratorio**, Si tiene llamadas laborales deberá atender las mismas únicamente en el horario de receso.
6. Si sale del salón de clases sin la autorización del docente perderá el valor de la práctica.
7. No puede atender visitas durante la realización de la práctica.
8. El horario de receso es únicamente de 15 minutos.
9. **Respeto dentro del laboratorio hacia los catedráticos o compañeros (as).**

**La falta a cualquiera de los incisos anteriores será motivo de una inasistencia.**

Considere que se prohíbe terminantemente comer, beber y fumar. Éstos también serán motivos para ser retirado de la práctica.

Recuerde que para tener derecho al punteo y aprobar el curso deberá presentarse a las prácticas y realizar las evaluaciones en línea, las cuales estarán habilitadas del **27 de octubre 2025 a las 8:00 al 31 de octubre 2025 a las 18:00**.

## INFORME DE PRÁCTICA

Las secciones de las cuales consta un informe, el punteo de cada una y el orden en el cual deben aparecer son las siguientes:

- a) Resultados
- b) Resumen de la práctica
- c) Conclusiones

Si se encuentran dos informes parcial o totalmente parecidos se anularán automáticamente dichos reportes.

- a. **Resultados:** es la sección en la que se presentan de manera clara y objetiva los datos obtenidos a partir de la práctica realizada.
- b. **Resumen de la práctica:** esta sección corresponde al contenido del informe, aquello que se ha encargado realizar según las condiciones del laboratorio.

- c. **Conclusiones:** constituyen la parte más importante del informe. Son las decisiones tomadas, respuestas a interrogantes o soluciones propuestas a las actividades planteadas durante la práctica.

#### **Detalles físicos del informe**

- El informe debe presentarse en hojas de papel bond **tamaño carta**.
- Cada sección descrita anteriormente, debe estar debidamente identificada y en el orden establecido.
- Todas las partes del informe deben estar escritas a mano con letra clara y legible, a menos que se indique lo contrario.
- Se deben utilizar ambos lados de la hoja.
- No debe traer folder ni gancho, simplemente engrapado.

#### **Importante:**

Los informes se entregarán al día siguiente de la realización de la práctica al entrar al laboratorio sin excepciones. Todos los implementos que se utilizarán en la práctica se tengan listos antes de entrar al laboratorio pues el tiempo es muy limitado. Todos los trabajos y reportes se deben de entregar en la semana de laboratorio no se aceptará que se entregue una semana después.

# PRÁCTICA No. 1

## ENVOLVENTE DE MOMENTOS

### 1. Propósitos de la Práctica:

- 1.1 Conocer la importancia de la envolvente de momentos en el diseño estructural.
- 1.2 Interpretar correctamente una envolvente de momentos
- 1.3 Realizar un diagrama de momentos para el diseño de elementos estructurales.
- 1.4 Realizar chequeos de corte en columnas y vigas.

### 2. Marco teórico

#### Combinaciones de carga

Se refieren a la combinación de diferentes tipos de cargas que pueden actuar sobre una estructura de manera simultánea, multiplicadas por factores de seguridad parciales, para representar escenarios realistas y asegurar que la estructura pueda resistir diferentes condiciones. Estas combinaciones son esenciales para el diseño y análisis de estructuras, garantizando su estabilidad y seguridad.

- Tipos de Cargas:
  - Carga Muerta (M o D): Es el peso propio de la estructura, incluyendo elementos fijos como paredes, techos, etc.
  - Carga Viva (V o L): Es el peso de los elementos que pueden variar, como personas, muebles, equipos, etc.
  - Carga de Viento (W o QW): Es la fuerza ejercida por el viento sobre la estructura.
  - Carga Sísmica (S): Es la fuerza resultante de un terremoto.

Tipo de carga	Símbolo en la combinación	Referencia
Cargas muertas	<b>M</b>	Capítulo 2
Cargas vivas	<b>V</b>	Capítulo 3
Cargas vivas de techo	<b>V<sub>t</sub></b>	Capítulo 3
Carga sísmica horizontal	<b>S<sub>hd</sub></b>	Capítulo 4
Carga sísmica vertical	<b>S<sub>vd</sub></b>	Sección 4.5.9
Cargas de viento	<b>W</b>	Capítulo 5
Cargas de tefra volcánica	<b>A<sub>R</sub></b>	Sección 6.1
Presión de fluidos	<b>F</b>	Sección 6.2
Presiones de material a granel	<b>G</b>	Sección 6.3
Empujes de suelos	<b>G</b>	Sección 6.4
Sub-presiones hidrostáticas	<b>G</b>	Sección 6.5
Cargas de lluvia	<b>P<sub>L</sub></b>	Sección 6.6
Efectos de cambios de temperatura	<b>T</b>	Sección 6.7
Carga de impacto	<b>I<sub>p</sub></b>	Sección 7.2
Carga de explosión	<b>X</b>	Sección 7.3

Tabla 8.2.4-1 de NSE 2

## Selección de combinaciones de carga

- **Método de diseño por resistencia**

Estas normas utilizan en general este método de diseño estructural, conocido también como “método de diseño por factores de carga y resistencia” (Load and Resistance Factor Design, LRFD por sus siglas en inglés). EL método Compara una combinación de cargas factorada o mayorada con una resistencia nominal del componente estructural, reducida por un factor de confiabilidad que depende del sistema constructivo y el tipo de esfuerzo. Permite una aproximación más selectiva a las incertidumbres de los distintos tipos de carga y los diferentes tipos de esfuerzos.

En forma de ecuación, se expresa como:

$$\begin{array}{c}
 \text{Required Strength based} \\
 \text{on factored loads applied in} \\
 \text{LRFD load combinations} \rightarrow R_a \leq \underbrace{\Phi R_n}_{\text{Design Strength = Available Strength}}
 \end{array}$$

Resistance Factor specific to a particular limit state  
 Nominal Strength

La resistencia nominal se reduce, pero se reduce por un factor de resistencia  $\Phi$  que está configurado para un tipo de material específico (acero, hormigón de madera, etc.) bajo un tipo de carga específico (flexión, tensión, compresión, etc.) y, a menudo, para un tipo específico de modo de falla o estado límite (dúctil, frágil, ruptura del hormigón, falla de la unión epoxi, etc.).

El factor de resistencia también puede tener en cuenta las variaciones conocidas en los supuestos de diseño y los factores de fabricación o instalación que, según se sabe, tienen un posible impacto negativo en la resistencia disponible. La resistencia disponible en LRFD ( $\Phi R_n$ ) sigue siendo significativamente mayor que la resistencia disponible en ASD ( $R_n/\Omega$ ).

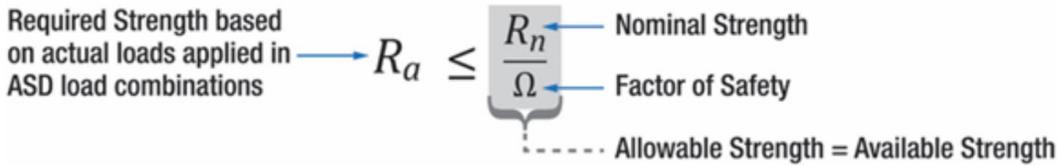
La NSE 2 proporciona combinaciones y considera la probabilidad de combinaciones simultáneas reduciendo algunas de sus magnitudes.

$$\begin{array}{c}
 1.4M \\
 1.2M + 1.6V + 0.5 (Vt \text{ o bien } Pl \text{ o bien } A_R) \\
 1.2M + V + 1.6 (Vt \text{ o bien } Pl \text{ o bien } A_R) \\
 1.2M + V + S \\
 1.2M + V - S \\
 0.9 M + S \\
 0.9 M - S
 \end{array}$$

- **Método de esfuerzos de servicio**

Conocido también como “método de esfuerzos permisibles” (Allowable Stress Design, ASD por sus siglas en inglés). En los casos en que las normas de la serie NSE 7, u otras normas NSE, aún especifiquen el método de esfuerzos de servicio o esfuerzos permisibles, para diseñar el sistema constructivo respectivo, se utilizarán las combinaciones de la sección 8.4. El método compara una combinación de cargas con una resistencia nominal dividida por un factor de seguridad. las ediciones de normas NSE desde 2010 ya no utilizan esta metodología excepto en aspectos geotécnicos. puede permanecer para algunos sistemas constructivos pendientes de actualización.

En forma de ecuación, esto se expresa como:



La NSE 2 proporciona combinaciones y considera la probabilidad de combinaciones simultáneas reduciendo algunas de sus magnitudes.

$$\begin{aligned}
 & M + V \\
 & M + (Vt, Pl, A_R) \\
 & M + (Vt, Pl, A_R) \\
 & M + 0.7 S \\
 & M - 0.7 S \\
 & M + 0.75 V + 0.75 * 0.7 S \\
 & M + 0.75 V - 0.75 * 0.7 S \\
 & 0.80M + 0.7 S \\
 & 0.80M - 0.7 S
 \end{aligned}$$

### Envolvente de momentos

La envolvente de momentos se puede entender como la representación de los esfuerzos máximos que se presentan al superponer los efectos de las 3 cargas actuantes: carga muerta, carga viva y carga por sismo. Para tomar en cuenta la superposición de efectos, la norma AGIES 2018 NSE 2, capítulo 8, sección 8.3.2 y 8.3.3, se nos presentan las combinaciones a utilizar. Se usarán las combinaciones del método de diseño por resistencia.

### Cortes últimos

Para calcular los cortes en los marcos, se utilizan las siguientes ecuaciones:

#### Vigas

En las vigas la fuerza cortante ocurre en su sección transversal, se calcula al considerar todos los esfuerzos verticales que se generan producto de los momentos en los extremos y cargas gravitacionales. De acuerdo con la siguiente fórmula se calcula esta fuerza en el extremo de la viga, donde ocurre el valor máximo del esfuerzo cortante.

$$V_v = \frac{MI + MD}{L} + \frac{(1.2CM + 1.0CV) * L}{2}$$

Donde:

$V_v$  = corte último en vigas (ton)

$$\begin{aligned}
 MI &= \text{Momento izquierdo} \\
 MD &= \text{Momento derecho} \\
 L &= \text{Longitud de la viga} \\
 CM &= \text{Carga muerta sobre la viga} \\
 CV &= \text{Carga viva sobre la viga}
 \end{aligned}$$

## Columnas

$$V_c = \frac{\sum_i^n M_{col}}{L}$$

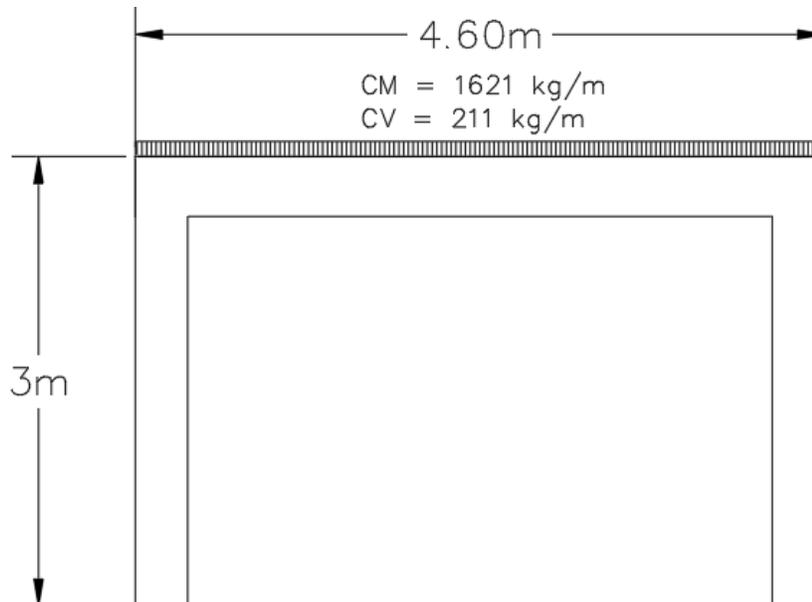
$V_c$  = Corte último en columnas (Ton)

$M_{col}$  = Momento de columnas (Ton – m)

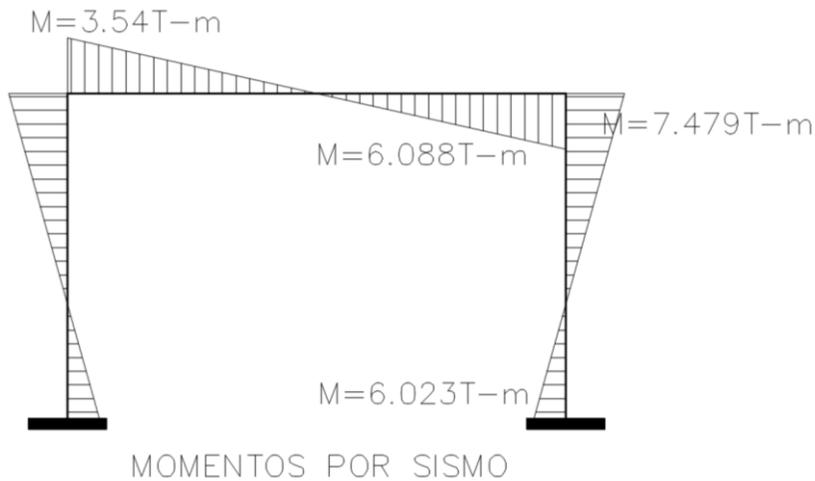
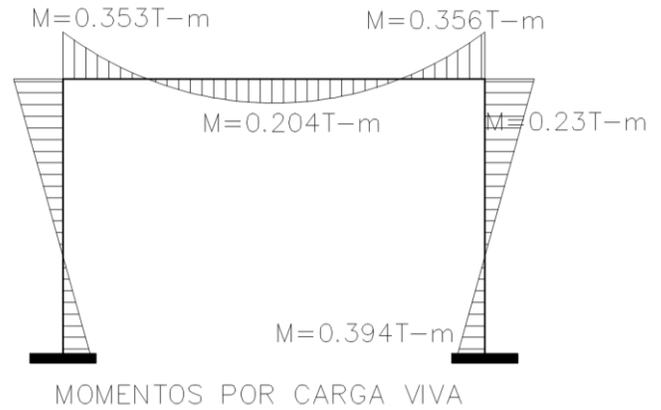
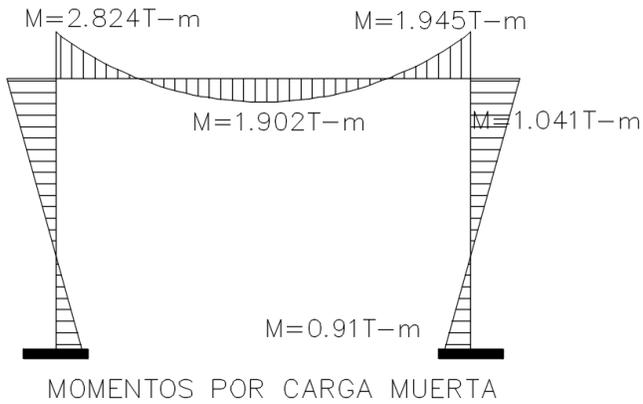
$L$  = Largo de la columna (m)

### Ejemplo:

Para el marco que a continuación se presenta, se obtuvieron los siguientes resultados del análisis estructural, realizar la envolvente de momentos para encontrar los valores de diseño. Realizar el cálculo mediante el método LRFD.



Momentos									
	M(-) izq	M(+)	M(-)der	M(-) izq	M(+)	M(-)der	M(-) izq	M(+)	M(-)der
Elemento	Cm			Cv			Cs		
Viga	2.824	1.902	1.945	0.353	0.204	0.356	3.54	0	6.088
	Msup		Minf	Msup		Minf	Msup		Minf
Columna	1.041		0.91	0.23		0.394	7.479		6.023



**Para el momento negativo de la izquierda para la viga**

$$Mu = 1.4 \text{ cm} = 1.4 (2.824) = 3.9536 \text{ ton-m}$$

$$Mu = 1.2 (2.824) + 1.6(0.353) = 3.9536 \text{ ton - m}$$

$$Mu = 1.2(2.824) + 0.353 = 3.7418 \text{ ton - m}$$

$$Mu = 1.2(2.824) + 0.353 + 3.54 = 7.2818 \text{ ton - m}$$

$$Mu = 1.2(2.824) + 0.353 - 3.54 = 0.2018 \text{ ton - m}$$

$$M_u = 0.9(2.824) + 0.353 = 2.8946 \text{ ton} - \text{m}$$

$$M_u = 0.9(2.824) - 0.353 = 2.1886 \text{ ton} - \text{m}$$

Se toma el 7.2818 ton – m como valor de diseño para el momento negativo de la izquierda de la viga.

\* Se repite el proceso para la columna tanto para el momento superior como el momento inferior.

### **Cortante última viga**

$$V_v = \frac{M_I + M_D}{L} + \frac{(1.2CM + 1.0CV) * L}{2}$$
$$V_v = \frac{3.54 + 6.088}{4.6} + \frac{(1.2 * 1.621 + 1.0 * 0.221) * 4.6}{2}$$

$$V_v = 7.075 \text{ Ton}$$

### **Cortante último de la columna**

$$V_c = \frac{\sum M_{Cs}}{L}$$
$$V_c = \frac{7.479 + 6.023}{3}$$
$$V_c = 4.50 \text{ Ton}$$

## HOJA DE TRABAJO No. 1

Para los siguientes datos de vigas y columnas, realizar la envolvente de momentos y determinar cuáles serán los momentos a utilizar para el diseño estructural.

Elemento	Cm			Cv			Cs		
<b>VIGAS</b>									
	M(-) izq	M(+)	M(-)der	M(-) izq	M(+)	M(-)der	M(-) izq	M(+)	M(-)der
D-E	0.125	0.359	1.783	0.019	0.021	0.123	4.958	0	3.623
E-F	2.824	1.902	1.945	0.353	0.204	0.356	3.54	0	6.088
G-H	0.081	0.136	1.382	0.096	0.214	0.833	12.877	0	11.327
H-I	2.81	1.729	2.305	1.598	1.031	1.277	5.649	0	7.038
<b>COLUMNAS</b>									
	Msup		Minf	Msup		Minf	Msup		Minf
D-G	0.125		0.07	0.019		0.046	4.958		3.546
E-H	1.041		0.91	0.23		0.394	7.479		6.023
F-I	0.75		0.80	0.25		0.32	7.12		4.200

Tramo	Cm	Cv	Largo de vigas
G-h	1.19	0.1	4
H-i	1.621	0.211	4.5
D-e	1.19	0.5	4
E-f	1.621	0.933	4.5
Largo columnas		4m	

## PRÁCTICA No. 2 DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO

### 1. Propósito de la Práctica:

- 1.1 Aprender a diseñar una viga de concreto armado.
- 1.2 Utilizar los criterios del código ACI 318s – 25 para un correcto funcionamiento de la viga.
- 1.3 Realizar el armado final de una viga.

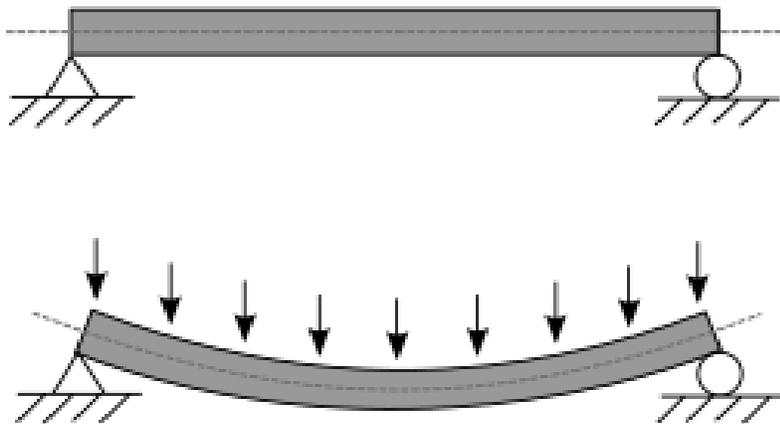
### 2. Marco teórico.

#### Vigas:

Una viga es una serie de miembros estructurales que se extienden desde el borde hasta el perímetro, diseñada para soportar la cubierta del techo o el tipo de carga, asociados con los elementos que componen el techo de un edificio. Las vigas son elementos estructurales de concreto armado, diseñado para sostener cargas lineales, concentradas o uniformes, en una sola dirección.

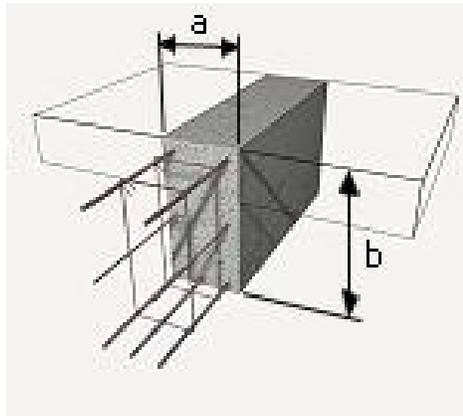
En principio, es importante definir que en la teoría de vigas se contempla aquello que es denominado “resistencia de los materiales”. Así, es posible calcular la resistencia del material con que está hecha, y además analizar la tensión, sus desplazamientos y el esfuerzo que puede soportar.

Las vigas son elementos estructurales, que se encuentran sometidos a esfuerzos de flexo compresión, tensión y corte. El esfuerzo a flexión provoca tensión y compresión, produciéndose en la parte inferior y superior, en la parte inferior se produce la tensión y en la parte superior se produce la compresión. En las zonas cercanas a los apoyos se producen los esfuerzos de corte.



En las vigas de concreto armado, en particular cuando forman parte de pórticos resistentes a cargas gravitatorias y de sismo, los esfuerzos de flexión son los que deberían controlar el diseño. En la filosofía de diseño de vigas por capacidad, por lo general los extremos de las vigas son los lugares seleccionados para comenzar a rotularse plásticamente a los efectos de disipar la energía del sismo. Es por lo que la falla primaria debería ser iniciada por la fluencia de sus armaduras en tracción. Se deben evitar fallas de corte, de adherencia, de anclaje y de inestabilidad por pandeo. Además, bajo cargas de servicio se deben satisfacer

los requerimientos de rigidez, los cuales se verifican manteniendo las deformadas por debajo de los niveles



admisibles

La viga soporta cargas de compresión, que son absorbidas por el concreto, y las fuerzas de flexión son contrarrestadas por las varillas de acero corrugado, las vigas también soportan esfuerzos cortantes hacia los extremos por tanto es conveniente, reforzar los tercios de extremos de la viga.

Para lograr que este elemento se dimensione cabe tener en cuenta la resistencia por flexión, una viga con mayor peralte (altura) es adecuada para soportar estas cargas, pero de acuerdo a la disposición del proyecto y su alto costo hacen que estas no sean convenientes.

### Altura mínima de vigas

De acuerdo con la tabla 9.3.1.1 la altura mínima de vigas no preesforzadas se calcula de acuerdo con la siguiente tabla:

**Tabla 9.3.1.1 — Altura mínima de vigas no preesforzadas**

Condición de apoyo	Altura mínima, $h$ <sup>[1]</sup>
Simplemente apoyada	$\ell/16$
Con un extremo continuo	$\ell/18.5$
Ambos extremos continuos	$\ell/21$
En voladizo	$\ell/8$

### Ancho mínimo de vigas

El ACI 318, nos dice que la base mínima de una viga en una zona no sísmica debe ser igual o mayor a **20 cm**.

Y en su capítulo 18 (diseño sismorresistente) establece que la base mínima debe ser **30 cm (zona sísmica)**. A de quedar claro que estos valores son sólo para vigas rectangulares, para viguetas de hormigón el procedimiento es diferente.

### Diámetro de las varillas corrugadas

Cada diámetro de varilla de acero tiene características y propiedades específicas que pueden afectar el rendimiento y la resistencia de una estructura.

- Determina la resistencia: A mayor diámetro, mayor capacidad de carga.
- Infiuye en la flexibilidad: Varillas delgadas son más manejables, mientras que las gruesas son más rígidas.
- Afecta el peso y costo: Diámetros mayores requieren más material, incrementando el precio.

Se presenta una tabla de distintos diámetros de varillas y el área de su sección transversal en  $\text{cm}^2$ .

TABLA DE VARRILLA CORRUGADA							
VARILLA No.	Diámetro dominal		Perimetro nominal en cm	Área nominal en $\text{cm}^2$	Peso en $\text{kg/cm}$	Piesas por toneladas	Traslape en cm
	in	Cm					
2	1/4	0.64	1.99	0.3167	0.247	337	25
2.5	5/16	0.79	2.49	0.4948	0.386	216	35
3	3/8	0.95	2.99	0.7126	0.5558	150	40
4	1/2	1.27	3.99	1.2668	0.9881	84	55
5	5/8	1.59	4.99	1.9793	1.5439	54	65
6	3/4	1.91	5.98	2.8502	2.2232	37	80
7	7/8	2.22	6.98	3.8795	3.026	28	90
8	1	2.54	7.98	5.0671	3.9523	21	110
9	11/8	2.86	8.98	6.413	5.0022	17	120
10	11/4	3.18	9.97	7.9173	6.1755	13	130
11	13/8	3.49	10.97	9.58	7.4724	11	140
12	11/2	3.81	11.97	11.4009	8.8927	9	155

## Diseño de viga

### Datos

- $Base = B = 30 \text{ cm}$
- $Altura = H = 50 \text{ cm}$
- Longitud = 7.0 m
- $Recubrimiento = r = 4 \text{ cm}$
- $d = 46 \text{ cm}$
- $E_s = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/m}^2$
- $F_y = 4200 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
- $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$
- Factores de reducción
  - $\phi = 0.90$
  - $\beta = 0.85$

Y del análisis estructural se obtuvieron los siguientes resultados

- $M - (\text{izquierda}) = 22,683 \text{ kg} - m$
- $M - (\text{derecha}) = 20,050 \text{ kg} - m$
- $M += 14427 \text{ kg} - m$
- $V \text{ actuante} = 22,666 \text{ kg}$

## Acero mínimo

El mayor entre:

$$A_{s_{min}} = \frac{14.1}{F_y} * b * d, \quad y \quad A_{s_{min}} = \frac{0.8 * \sqrt{f'c}}{F_y} * b * d$$

$$A_{s_{min}} = \frac{14.1}{4200} * 30 \text{ cm} * 46 \text{ cm} = 4.63 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{min}} = \frac{0.8 * \sqrt{f'c}}{F_y} * b * d = \frac{0.8 * \sqrt{280}}{4200} * 30 * 46 = 4.39 \text{ cm}^2$$

Por lo tanto, se usará  $A_{s_{min}} = 4.63 \text{ cm}^2$

## Acero máximo

$$A_{s_{max}} = 0.5 \rho_{bal} * b * d$$

Cálculo de la cuantía balanceada

$$\rho_{bal} = 0.85 * \beta_1 * \left( \frac{0.003}{\frac{f_y}{E_s} + 0.003} \right) * \frac{f'c}{f_y} = 0.0289$$

$$\rho_{bal} = 0.85 * 0.85 * \left( \frac{0.003}{\frac{4200}{2.1 * 10^6} + 0.003} \right) * \frac{280}{4200} = 0.0289$$

$$A_{s_{max}} = 0.5 * 0.0289 * 25 \text{ cm} * 46 \text{ cm} = 19.941 \text{ cm}^2$$

## Refuerzo longitudinal

La cantidad de acero requerida se calcula con la formula:

$$A_{s \text{ req}} = 0.85 * \left( b * d - \sqrt{(b * d)^2 - \frac{M_u * b}{0.003825 * f'c}} \right) * \frac{f'c}{f_y}$$

Donde:

Asreq = Acero requerido para soportar el momento producido en la viga (cm<sup>2</sup>)

b = Base de la viga (cm)

d = Peralte efectivo de la viga (cm)

Mu = Momento que se quiere soportar (kg - m)

f'c = Resistencia de diseño del concreto (kg/ cm<sup>2</sup>)

fy = Resistencia de diseño del acero (kg/ cm<sup>2</sup>)

$$A_{s(-)izq} = 0.85 * \left( 30 * 46 - \sqrt{(30 * 46)^2 - \frac{22683 * 25}{0.003825 * 280}} \right) * \frac{280}{4200} = 14.36 \text{ cm}^2$$

\*Acero propuesto ▼

$$A_{s(-)izq} = 4 \text{ No } 7 = 15.52 \text{ cm}^2$$

$$As(-)_{der} = 0.85 * \left( 25 * 46 - \sqrt{(25 * 46)^2 - \frac{20050 * 25}{0.003825 * 280}} \right) * \frac{280}{4200} = 12.53 cm^2$$

\*Acero propuesto ▼  $As(-)_{der} = 4 \text{ No } 7 = 15.52 cm^2$

$$As(+) = 0.85 * \left( 25 * 46 - \sqrt{(25 * 46)^2 - \frac{14427 * 25}{0.003825 * 280}} \right) * \frac{280}{4200} = 8.79 cm^2$$

\*Acero propuesto ▼  $As(+) = 2 \text{ No } 7 + 1 \text{ No } 5 = 9.74 cm^2$

Luego de calcular el acero requerido para los momentos actuantes de la viga, se procede a hacer la propuesta de armado, de manera que el área de refuerzo cumpla con el área de acero calculado, tomando en cuenta los siguientes requisitos sísmicos:

- **Refuerzo longitudinal en los extremos de la cama inferior:** Colocar al menos dos varillas de acero corridas, tomando el mayor de los valores a continuación descritos:

$$50\% As_{req} M - izq = 0.50 * 14.36 = 7.18 cm^2$$

$$50\% As_{req} M - der = 0.50 * 12.53 = 6.26 cm^2$$

$$50 As M+ = 0.50 * 8.79 = 4.39 cm^2$$

$$As_{min} = 4.63 cm^2$$

Según ACI 318S-25, capítulo 18, sección 6.3.2

Se usará entonces  $As_{req} = 7.18 cm^2$

\*Acero propuesto ▼  $As(+) = 2 \text{ No } 7 = 7.76 cm^2$

- **Refuerzo en el centro de la cama superior:** Colocar el mayor de los valores a continuación descritos:

$$25\% As_{req} M - izq = 0.25 * 14.36 = 3.59 cm^2$$

$$25\% As_{req} M - der = 0.25 * 12.53 = 3.13 cm^2$$

$$As_{min} = 4.63 cm^2$$

Según ACI 318S-25, capítulo 18, sección 6.3.2

Se usará entonces  $As_{req} = 3.59 cm^2$

\*Acero propuesto ▼  $As(+) = 2 \text{ No } 7 = 7.76 cm^2$

**La diferencia entre el acero requerido y el acero corrido en ambas camas se coloca como bastones adicionales al armado que se tiene.**

- **Longitud de desarrollo**

La longitud de los bastones de refuerzo que se necesitan en las vigas está condicionada por la longitud de desarrollo, la cual viene dada por el código ACI 318s-25 en la sección 25.4.2.3. Y viene dado por la siguiente ecuación:

$$Ld = \left( \frac{Fy * \Psi_t * \Psi_e * \Psi_s * \lambda}{3.5 * \sqrt{f'c} * \left( \frac{Cb + Ktr}{db} \right)} \right) * db$$

Donde:

Db = diámetro de la varilla

Cb = menor valor entre el recubrimiento lateral y la barra

Ktr = mitad del espaciamiento entre barras

$\frac{Cb+Ktr}{db}$ , no debe ser mayor a 2.5

Para simplificación de diseño, ktr se puede usar como 0

$\lambda$  para concreto normal = 1

$\Psi_t = 1$

$\Psi_e = 1$

Para barras no. 19 o menores se debe usar  $\Psi_s = 0.8$

Longitud de desarrollo en vigas para varilla No.7

$$Ld = \left( \frac{4200 * 1 * 1 * 0.8 * 1}{3.5 * \sqrt{280} * (2.5)} \right) * 2.22 = 50.94 \text{ cm}$$

Longitud de desarrollo en vigas para varilla No.5

$$Ld = \left( \frac{4200 * 1 * 1 * 0.8 * 1}{3.5 * \sqrt{280} * (2.5)} \right) * 1.59 = 36.49 \text{ cm}$$

La longitud de desarrollo no debe ser menor que 300 mm según la sección 25.4.2.1. Del código ACI 318s-25.

- **Cálculo de acero transversal (estribos)**

También llamados refuerzos en el alma, en general este se distribuye en forma de estribos con una separación variable a lo largo del eje de la viga según se requiere. Sirven para mantener el refuerzo longitudinal en la posición que se requiere y para resistir los esfuerzos

## Refuerzo transversal

Corte actuante

$$\circ V_{act} = 22\,666 \text{ kg}$$

Corte resistente

$$V_{vc} = 0.85 * 0.53 * \sqrt{f'c} * b * d$$

$$V_{vc} = 0.85 * 0.53 * \sqrt{280} * 30 * 46 = 10403 \text{ kg}$$

$$V_{vc} < V_{act}$$

Espaciamiento máximo en el centro

$$s_{max} = \frac{d}{2} =$$

$$s_{max} = \frac{0.46}{2} = 0.23 \text{ m}, \text{ se usará } S = 0.20\text{m}$$

## Longitud de refuerzo a corte en los extremos

Se calcula con la siguiente ecuación:

$$x = \frac{L}{2} - \frac{L * V_{vc} \text{ kg}}{2 * V_{act} \text{ kg}}$$

$$x = \frac{7}{2} - \frac{7 * 10403 \text{ kg}}{2 * 22666 \text{ kg}} = 1.89 \approx 1.90 \text{ m}$$

Se calcula el espaciamiento requerido por refuerzo a corte en los extremos, debido a que el corte resistente es menor al corte actuante.

$$s = \frac{2 * \phi * F_y * d}{V - V_{vc}}$$

$$s = \frac{2 * 0.71 * 4200 * 46}{22666 - 10403} = 22.37 \text{ cm}$$

$$s \approx 20 \text{ cm}$$

## Confinamiento:

La longitud de confinamiento que ocupan los estribos por diseño debe extenderse hasta una distancia medida desde la fibra extrema en compresión según aci 318s – 25 en el capítulo 18, sección 6.4.

Longitud de confinamiento: Se calcula como 2 veces la altura de la viga

$$LC = 2 * h = 2 * 50 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$$

## Espaciamiento

Para el espaciamiento de estribos en zona sísmica será el menor de los siguientes valores, según la sección 18.6.4.4. Del aci 318s – 25.

$$\frac{d}{4} = \frac{46 \text{ cm}}{2} = 11.5 \text{ cm}$$

$$6\phi \text{ longitudinal (más pequeño)} = 6 * 1.98 \text{ cm} = 11.88 \text{ cm}$$

$$24\phi \text{ estribo} = 24 * 0.71 \text{ cm} = 22.8 \text{ cm}$$

$$150 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$$

*Espaciamiento = S de confinamiento = 10 cm*

Se tendrá un espaciamiento de estribos en zona de confinamiento de 10 centímetros. Este procedimiento se debe realizar para todas las vigas del módulo.

## HOJA DE TRABAJO No. 2

Realizar el diseño estructural de las vigas, cuyos datos de diseño obtenidos del análisis estructural son los siguientes:

### **Viga 1**

M- izquierda = 18372.4 kg – m

M- derecha = 13678.2 kg – m

M+ = 4598.8 kg – m

Corte = 12324.9 kg

Longitud: 5.5 m

Sección = 0.30m x 0.45m

### **Viga 2**

M- izquierda = 9157.2 kg – m

M- derecha = 8735.2 kg – m

M+ = 4265.9 kg – m

Corte = 9196.1 kg

Longitud: 6 m

Sección = 0.30m x 0.40m

## PRÁCTICA No. 3

### COLUMNAS

#### 1. Propósitos de la Práctica:

- 1.1 Calcular la carga última para diseño de una columna de concreto armado.
- 1.2 Realizar los chequeos según el código ACI 318s – 25 para un correcto funcionamiento de la columna.
- 1.3 Realizar el armado final de la columna.

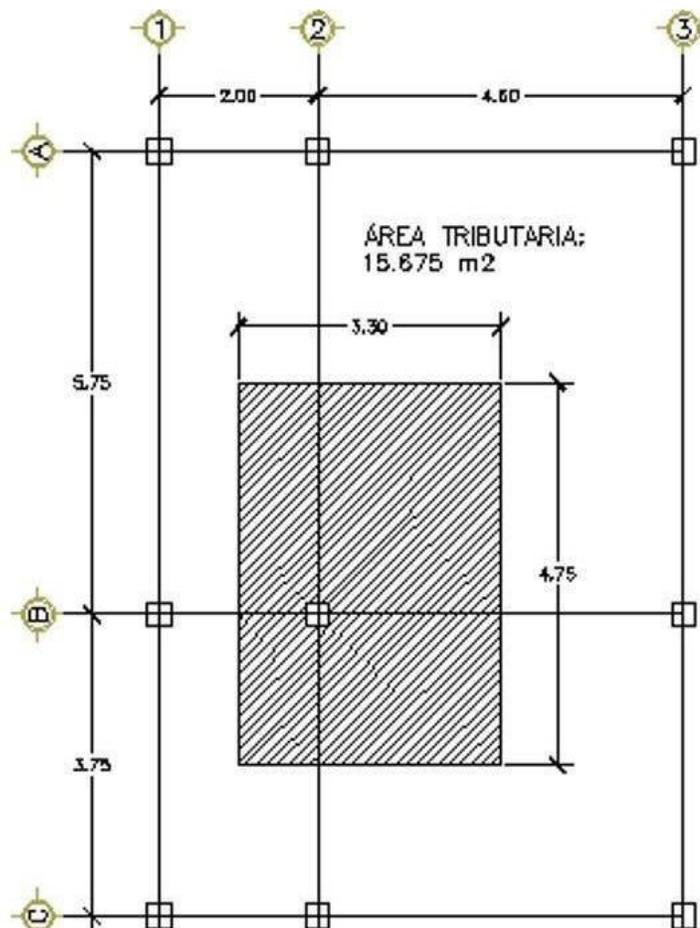
#### 2. Marco teórico

##### Columnas:

Es un elemento alargado, normalmente vertical, destinado a recibir cargas de compresión principalmente, para transmitir las al terreno mediante la cimentación.

El refuerzo principal de las columnas es el longitudinal, que está paralelo a las cargas que reciben (axiales) que es el valor de las cargas que soporta la columna y está determinada por áreas tributarias.

Se diseña la columna más crítica, siendo esta la que está sometida a los mayores esfuerzos. Este mismo diseño se aplicará a todas las columnas de la edificación si así se desea, sino se puede diseñar cada columna individualmente para reducir secciones y, por ende, costos.



## Área mínima de columnas

El reglamento ACI 318-2025, para pre-dimensionar columnas dice:

“La dimensión menor de la sección transversal, medida en una línea recta que pasa a través del centroide geométrico, no debe ser menor de 30 cm.”

Esto aplica para columnas rectangulares y circulares

S Predimensionado de Columnas de Hormigón	
Lado (L)	30 cm (mínimo)
Lado (L)	30 cm (mínimo)

Por lo tanto, el área mínima de la sección de una columna debe ser igual a  $900 \text{ cm}^2$

### Refuerzo Longitudinal:

- Se debe cumplir con una relación mínima de refuerzo longitudinal, generalmente entre el 1% y el 8% del área de la sección transversal de la columna.
- El ACI 318-25, sección 10.7.3, establece requisitos para el número mínimo de barras longitudinales, dependiendo de la forma de la sección transversal y del tipo de estribos.
  - a) Tres dentro de estribos triangulares.
  - b) Cuatro dentro de estribos rectangulares o circulares.
  - c) Seis para barras rodeadas por espirales o para columnas de pórticos especiales resistentes a momento rodeados por estribos de confinamiento circulares.

### Longitud de Desarrollo y Empotramiento:

- Se deben cumplir con los requisitos de longitud de desarrollo y empotramiento del refuerzo longitudinal en las uniones viga-columna y en los extremos de la columna.
- El ACI 318-25 permite el uso de refuerzo con cabeza en las uniones de vigas y columnas de marcos de momento especiales, con limitaciones en el espaciamiento libre.

### Esbeltez y Excentricidad:

- Se debe considerar la esbeltez de la columna, especialmente en columnas esbeltas, donde se puede requerir una excentricidad mínima para el análisis de estabilidad.
- La excentricidad de la carga puede afectar significativamente el comportamiento de la columna y debe ser considerada en el diseño.

### Consideraciones Adicionales:

- El ACI 318-19 también incluye requisitos para la calidad del concreto y del refuerzo, así como para la construcción de las columnas.
- Se deben considerar las combinaciones de carga y las fuerzas actuantes en el diseño de la columna.
- La revisión de los requisitos de anclaje y desarrollo del refuerzo longitudinal es fundamental, especialmente en uniones viga-columna.

### Esbeltez

La esbeltez en columnas es un parámetro que describe la relación entre la longitud de la columna y su menor radio de giro, indicando la susceptibilidad de la columna al pandeo. Una columna se considera esbelta cuando su longitud es significativamente mayor que sus dimensiones transversales, lo que la hace más propensa a fallar por pandeo bajo cargas de compresión.

Si una columna es demasiado esbelta, puede ocurrir pandeo lateral o si es poco esbelto, se torna difícil

controlar la degradación de rigidez y resistencia, resultando con esfuerzos de corte.

Se debe realizar el cálculo de esbeltez de la columna, determinando si es corta o esbelta. Si se clasifican como cortas, se diseñan con los datos originales del análisis estructural; si son intermedias, se deben magnificar los momentos actuantes y si son largas, no se construyen.

Relación de esbeltez ( $\lambda$ ):

La relación de esbeltez se calcula dividiendo la longitud efectiva de la columna ( $kl$ ) entre su radio de giro ( $r$ ):

$$\lambda = (kl) / r$$

Donde:

- **k**: Es el factor de longitud efectiva, que depende de las condiciones de apoyo de la columna (empotrada, libre, articulada, etc.).
  - **l**: Es la longitud no arriostrada de la columna.
  - **r**: Es el radio de giro mínimo de la sección transversal de la columna. Se calcula como la raíz cuadrada de la relación entre el momento de inercia mínimo y el área de la sección transversal.
- 
- Columnas cortas: Tienen una relación de esbeltez generalmente menor a 22.
  - Columnas intermedias: Tienen una relación de esbeltez que generalmente está entre 22 y 100.
  - Columnas largas: Tienen una relación de esbeltez mayor a 100.

### Importancia de la esbeltez:

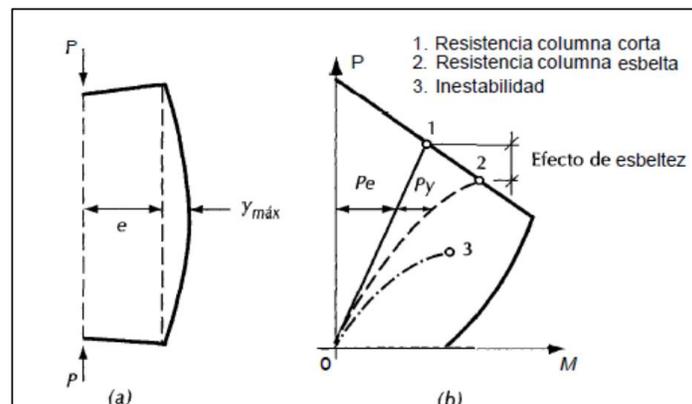
#### Pandeo:

La esbeltez es un factor crítico en el diseño de columnas, ya que determina si la columna fallará por aplastamiento o por pandeo (pérdida de estabilidad lateral).

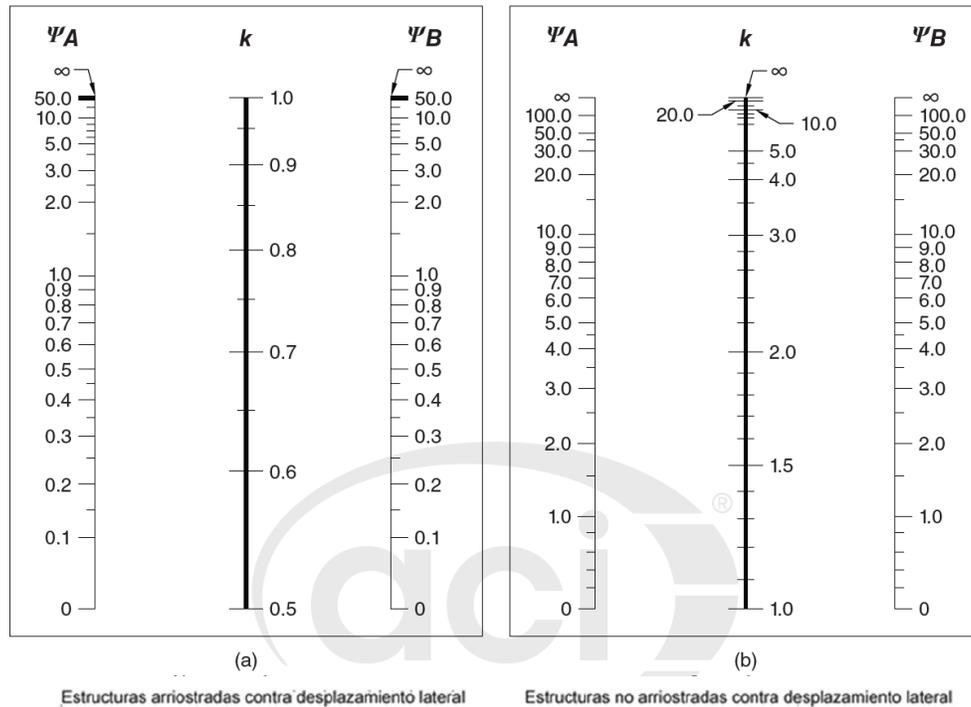
#### Factores que influyen en la esbeltez

- Longitud de la columna: A mayor longitud, mayor esbeltez.
- Condiciones de apoyo: Columnas con extremos articulados tienen mayor esbeltez que columnas con extremos empotrados.
- Dimensiones de la sección transversal: A menor área de la sección transversal y menor radio de giro, mayor esbeltez.

Figura 10. Comparación del comportamiento de una columna corta, una columna esbelta y de una columna que falla por inestabilidad



### Nomogramas de Jackson según ACI 318S-25



## EJEMPLO

Para diseñar las columnas de un edificio de 2 niveles se tienen los siguientes datos:

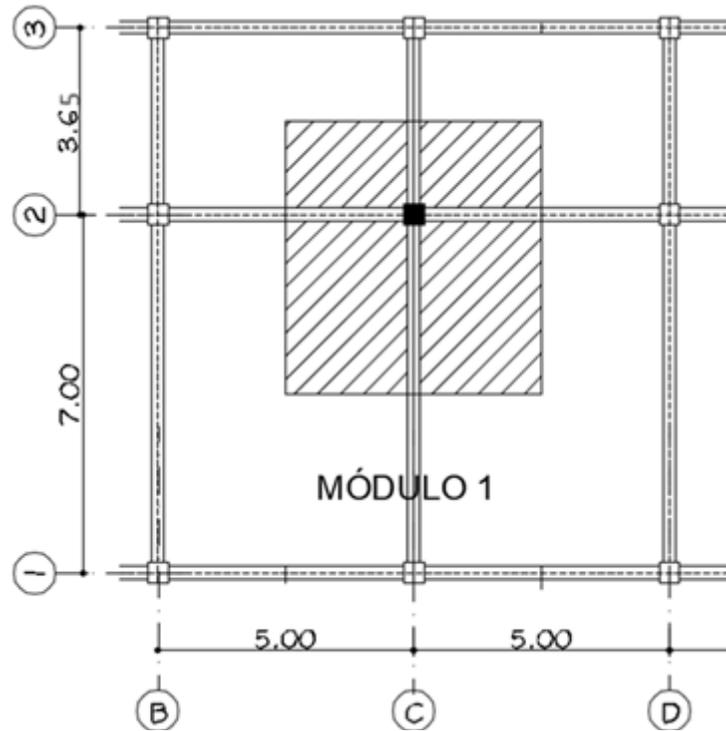
- Sección: 0.40 m x 0.40 m
- Longitud columna nivel 2 = 3.5 m
- Longitud columna nivel 1 = 4.7 m
- $f'c = 280 \text{ kg/cm}^2$
- $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
- recubrimiento = 3 cm

Momentos y cortante, en la columna crítica del nivel 2

- $M_x = 7,796 \text{ kg} \cdot \text{m}$
- $M_y = 10,964 \text{ kg} \cdot \text{m}$

El edificio será para uso escolar.

La cubierta no contará con acceso. (considerar carga viva sobre la losa final de  $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ )



### Diseño de columna crítica en el nivel 2.

NOTA: (el diseño de la columna crítica en el nivel 1, se realizará en la hoja de trabajo, se darán las instrucciones en el apartado correspondiente).

### Cálculo de cargas

$$a = \frac{7 + 3.65}{2} = 5.325 \approx 5.33 \quad b = \frac{5 + 5}{2} = 5.$$

Área tributaria =  $a \times b = 26.65 \text{ m}^2$

### Peso de columna en nivel 2

Pesos por carga muerta

$$W_{losa} = 2400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.14\text{m} * 5\text{m} * 5.33\text{m} = 8954.4 \text{ kg}$$

$$W_{sobrecarga} = 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * 5\text{m} * 5.33\text{m} = 2665.0 \text{ kg}$$

$$W_{acabado \text{ de losa}} = \frac{30\text{kg}}{\text{m}^2} * 5\text{m} * 5.33\text{m} = 799.5 \text{ kg}$$

$$w_{viga \ x} = \frac{2400\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.50\text{m} * 0.30\text{m} * 5\text{m} = 1800 \text{ kg}$$

$$w_{viga \ y} = \frac{2400\text{kg}}{\text{m}^3} * 0.50\text{m} * 0.30\text{m} * 5.33\text{m} = 1918.8 \text{ kg}$$

$$W_{cm} = 16137.7 \text{ kg}$$

Pesos por carga viva

Se tomará en cuenta una carga viva de  $100 \frac{kg}{m^2}$ , por ser cubierta sin acceso.

$$W_{cv} = 100 \frac{kg}{m^2} * 5m * 5.33m = 2665 kg$$

Magnificación de cargas

$$C_m = 1.4 * 16137.7 kg = 22,593 kg$$

$$C_v = 1.7 * 2665 kg = 4530.50 kg$$

$$P_u = 22,593 kg + 4530 kg = 27,123 kg = 27.12 ton$$

### Cálculo de esbeltez de columna (E)

Antes de realizar los siguientes cálculos es conveniente detallar los datos necesarios para su cálculo.

Propiedades de los elementos:

$$I_{columna} = \frac{b * h^3}{12} = \frac{40 * 40^3}{12} = 213,333.33 cm^4$$

$$I_{viga} = \frac{b * h^3}{12} = \frac{30 * 50^3}{12} = 312,500 cm^4$$

$E$  = módulo de elasticidad del concreto

$L_c$  = Longitud de la columna en cm

$L_v$  = Longitud de la viga en cm

$$f'c = 280 kg/cm^2$$

$$F_y = 4200 kg/cm^2$$

### Análisis de la columna en la dirección Y

Factores de rotación

$$\psi = \frac{\sum \frac{E * I_{columna}}{L_c} \text{ (todas las columnas que convergen en el nudo)}}{\sum \frac{E * I_{viga}}{L_v} \text{ (todas las vigas que convergen en el nudo)}}$$

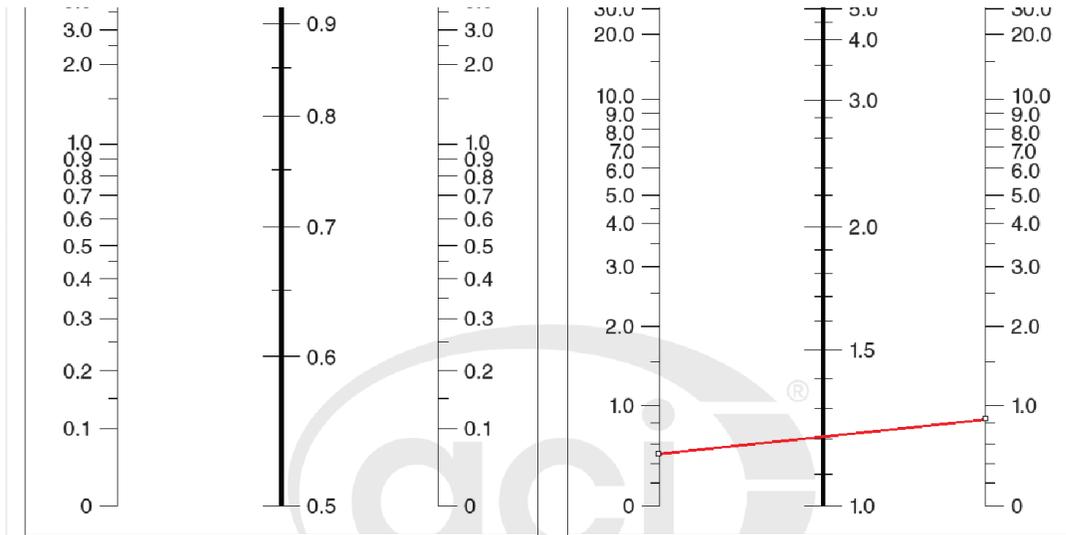
$$\psi_A = \frac{\frac{213333.33}{350} + 0}{\frac{312,500}{700} + \frac{312,500}{365}} = 0.47$$

$$\psi_B = \frac{\frac{213333.33}{350} + \frac{213333.33}{470}}{\frac{312,500}{700} + \frac{312,500}{365}} = 0.82$$

Haciendo uso de los nomogramas de Jackson se obtienen los siguientes datos:

Factor K para estructuras no arriostradas

$$K = 1.20$$



Se procede a calcular la esbeltez con la siguiente ecuación:

$$E = \frac{KLu}{r}; \text{ Donde } r = 0.3 * \text{lado menor, para columnas rectangulares}$$

$$E = \frac{KLu}{r} = \frac{1.20 * 3.50}{0.3 * 0.40} = 35$$

La columna es intermedia, por lo tanto, se tienen que magnificar los momentos actuantes antes de empezar a diseñar, para ello calculamos lo siguiente:

Factor de flujo plástico

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu}$$

Donde:

$$Cmu = \text{Carga muerta última} = 1.4 \text{ cm}$$

$$Cu = \text{Carga última} = 1.4 \text{ cm} + 1.7 \text{ cv}$$

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu} = \frac{1.4 * 16,137.7\text{kg}}{1.4 * 16,137.7\text{kg} + 1.7 * 2665\text{kg}} = 0.83$$

Rigidez del elemento

Donde:

$$Ec = \text{Módulo de elasticidad del concreto} = 15100 \sqrt{f'c}$$

$$EI = \frac{0.4 Ec * Ig}{(1 + \beta\delta)^2} = \frac{0.4 * 15100 \sqrt{280} * 213333.33}{(1 + 0.83)^2} = 6.4383 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$$

$$EI = 643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

Carga crítica mediante la fórmula de Euler

Donde:

$$Ec = \text{Rigidez del elemento}$$

$$k = \text{Factor de longitud efectiva} = 1.20$$

$$Lu = \text{Longitud libre de la columna}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * E I}{(k Lu)^2} = \frac{\pi^2 (643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2)}{(1.20 * 3.50\text{m})^2} = 360.22 \text{ ton}$$

Factor de magnificación de momentos

$$P_y = \frac{CM}{1 - \frac{Pu}{\phi * Pcr}}$$

Donde:

$CM =$  Condición de ladeo (doblemente empotrado)

$Pu =$  Carga axial última

$Pcr =$  Carga crítica de Euler

$\phi =$  Factor de reducción para carga axial

$$P_y = \frac{1}{1 - \frac{27.12 \text{ ton}}{0.7 * 360.22 \text{ ton}}} = 1.12$$

Momento magnificado

$$Mc = \delta * Mu$$

Donde:

$Mc =$  momento crítico de diseño, amplificado

$Mu =$  momento actuante

$\delta =$  amplificador de momentos

$$My = 1.12 * 10964 \text{ kg} \cdot \text{m} = 12,279.68 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

## Análisis de la columna en la dirección X

Factores de rotación

$$\psi = \frac{\sum \frac{E * I_{columna}}{Lc} \text{ (todas las columnas que convergen en el nudo)}}{\sum \frac{E * I_{viga}}{Lv} \text{ (todas las vigas que convergen en el nudo)}}$$

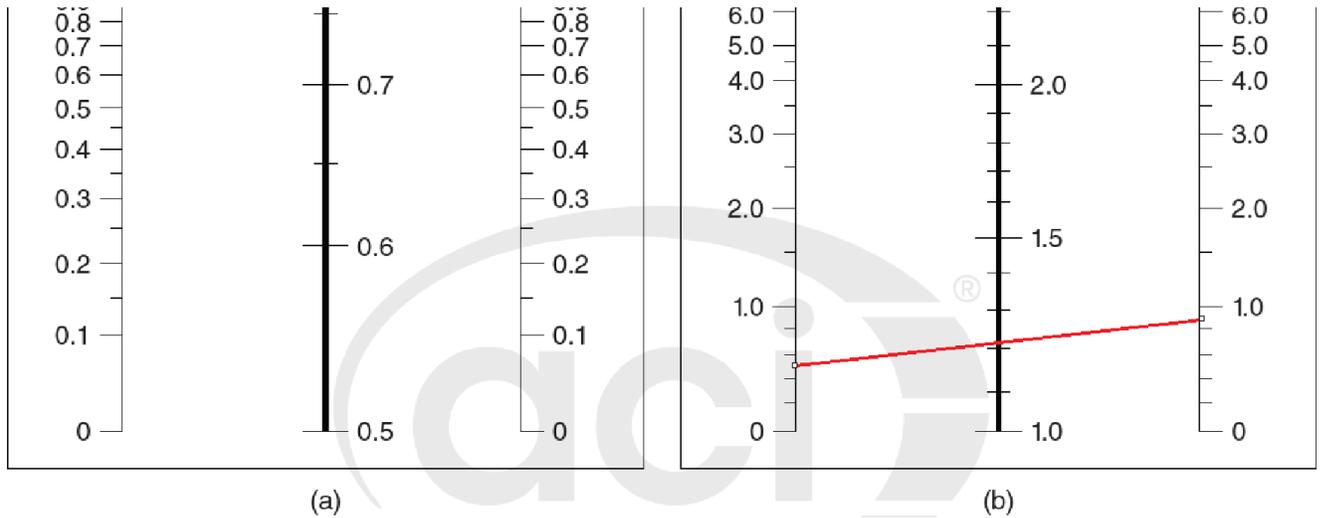
$$\psi_A = \frac{\frac{213333.33}{350} + 0}{\frac{312,500}{500} + \frac{312,500}{500}} = 0.49$$

$$\psi_B = \frac{\frac{213333.33}{350} + \frac{213333.33}{470}}{\frac{312,500}{500} + \frac{312,500}{500}} = 0.85$$

Haciendo uso de los nomogramas de Jackson se obtienen los siguientes datos:

Factor K para estructuras no arriostradas

$$K = 1.21$$



Se procede a calcular la esbeltez con la siguiente ecuación:

$$E = \frac{KLu}{r}; \text{ Donde } r = 0.3 * \text{lado menor, para columnas rectangulares}$$

$$E = \frac{KLu}{r} = \frac{1.20 * 3.50}{0.3 * 0.40} = 35.3$$

La columna es intermedia, por lo tanto, se tienen que magnificar los momentos actuantes antes de empezar a diseñar, para ello calculamos lo siguiente:

Factor de flujo plástico

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu}$$

$$\beta\delta = \frac{Cmu}{Cu} = 0.83$$

Rigidez del elemento

$$EI = 643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$$

Carga crítica mediante la fórmula de Euler

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 * EI}{(kLu)^2} = \frac{\pi^2(643.83 \text{ ton} \cdot \text{m}^2)}{(1.21 * 3.50\text{m})^2} = 354.29\text{ton}$$

Factor de magnificación de momentos

$$P_x = \frac{CM}{1 - \frac{Pu}{\phi * P_{cr}}}$$

Donde:

$$P_x = \frac{1}{1 - \frac{27.12 \text{ ton}}{0.7 * 354.29 \text{ ton}}} = 1.12$$

Momento magnificado

$$M_c = \delta \cdot M_u$$

$$M_x = 1.12 \cdot 7,796 \text{ kg} \cdot \text{m} = 8,731.52 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

### Momentos finales de diseño y carga de diseño

$$M_x = 8,731.52 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_y = 12,279.68 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$P_u = \text{Carga actuante} = 27,123 \text{ kg}$$

### Cálculo de carga última.

La carga última resistida por la columna según el área de acero propuesto.

Cálculo de excentricidades

$$e_x = \frac{M_x}{P_u} = \frac{8,731.52 \text{ kg} \cdot \text{m}}{27,123 \text{ kg}} = 0.32 \text{ m}$$

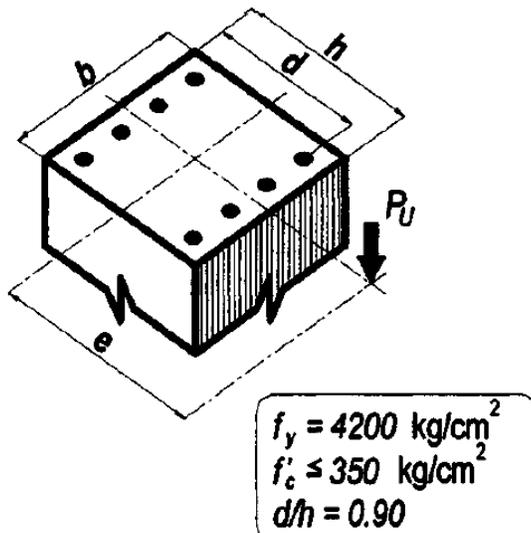
$$e_y = \frac{M_y}{P_u} = \frac{12,279.68 \text{ kg} \cdot \text{m}}{27,123 \text{ kg}} = 0.45 \text{ m}$$

Relación e/h

$$\left(\frac{e}{h}\right)_x = \frac{0.32}{0.40} = 0.80$$

$$\left(\frac{e}{h}\right)_y = \frac{0.45}{0.40} = 1.125 = 1.12$$

Relación volumétrica (condición para elegir las gráficas de interacción)



$$\frac{d}{h} = \frac{\text{peralte}}{\text{ancho}}$$

$$\frac{d}{h} = \frac{(40\text{cm} - 3\text{cm})}{40\text{cm}} = 0.925$$

$$\frac{d}{h} = \frac{(40\text{cm} - 3\text{cm})}{40\text{cm}} = 0.925$$

Al no contar con una gráfica con d/h de 0.925, se evaluarán las de 0.9 y 0.95 para realizar un promedio.

Carga crítica

$$P'_{u_{\text{critico}}} = \frac{27.123 \text{ ton}}{0.70} = 38.75 \text{ ton}$$

Acero mínimo requerido

$$A_{s \text{ min}} = 0.01 A_g = 0.01 (40 \times 40) = 16 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = 8 \text{ No.6} = 22.80 \text{ cm}^2$$

**\*Se propone el armado longitudinal y se evaluará si en combinación con el concreto soportan las cargas y momentos influyentes.**

Relación de la carga soportada por el acero

$$P_{tu} = \left( \frac{A_{s \text{ prop.}}}{A_g} \right) \left( \frac{f_y}{0.85 * f'_c} \right)$$

$$P_{tu} = \left( \frac{22.80}{40 \times 40} \right) \left( \frac{4200}{0.85 * 280} \right) = 0.25$$

En los diagramas de interacción de los anexos, este valor equivale a  $q$ .

Factores K

Se determinaron mediante iteraciones en los diagramas de columnas rectangulares. Estos diagramas se encuentran en los anexos.

### Tabla 1.

Factores K para la columna de diseño

	$d/h = 0.90$	$d/h = 0.95$	$d/h = 0.925$
K'x	0.41	0.44	0.425
K'y	0.32	0.35	0.335

Nota: Elaboración propia (2025).

Carga última resistente

Fórmula de Bresler

Donde:

P'u = valor aproximado de carga de falla con excentricidad  $e_x$  y  $e_y$

P'x = carga de falla cuando solamente existe excentricidad en ex

P'y = carga de falla cuando solamente existe excentricidad en ey

P'o = carga de falla cuando el elemento tiene carga axial pura

$$P'_u = \frac{1}{\frac{1}{P'x} + \frac{1}{P'y} - \frac{1}{P'o}}$$

$$P'_o = 0.85 f'c Ag + Ast Fy$$

$$P'_o = 0.85 * 280 * 40 * 40 + 22.80 * 4200 = 476560 \text{ kg} = 476.56 \text{ ton}$$

$$P'_{xo} = k'x * f'c * AG$$

$$P'_{xo} = 0.425 * 280 * 40 * 40 = 190,400 \text{ kg} = 190.4 \text{ ton}$$

$$P'_{yo} = k'y * f'c * AG$$

$$P'_{yo} = 0.335 * 280 * 40 * 40 = 150,080 \text{ kg} = 150.08 \text{ ton}$$

Carga resistente

$$P'_u = \frac{1}{\frac{1}{190.4} + \frac{1}{150.08} - \frac{1}{476.56}} = 101.86 \text{ ton}$$

*Carga resistente > Carga crítica*

## Refuerzo transversal

El refuerzo transversal resiste los esfuerzos por cortante que pueden ser producidos y generados por los sismos, por lo que, se deben confinar para absorber la energía producida.

Separación del refuerzo

$$\frac{d}{2} = \frac{37 \text{ cm}}{2} = 18.5 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}$$

## Longitud de confinamiento

Según el ACI 318S-25 en la sección 18.7.5.1, debe colocarse refuerzo transversal en una *l*o medida desde cada cara del nudo y a ambos lados de cualquier sección donde ocurra fluencia, el mayor de:

La altura de la columna en la cara del nudo o en la sección donde puede ocurrir fluencia por flexión.

- Un sexto de la luz
- 18 pulgadas.
- *L mayor columna*

$$\frac{Lu}{6} = \frac{3.50}{6} = 0.58 \approx 0.60 \text{ m}$$

$$L \text{ mayor columna} = 0.40 \text{ m}$$

$$18 \text{ in} = 0.45 \text{ m}$$

*Confinamiento en ambos extremos, Longitud = 60 cm*

## Espaciamiento por confinamiento

$$S_o = \frac{2 A_v}{L_n * \rho_s}$$

Donde:

$S_o$  = espaciamiento por confinamiento

$A_v$  = área de varilla

$L_n$  = lado mayor del estribo sin recubrimiento

$\rho_s$  = relación volumétrica del refuerzo al volumen total del núcleo

Relación volumétrica

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{A_g}{A_n} - 1 \right) * \frac{f'_c}{f_y}$$

Donde:

$A_g$  = Área total de la sección

$A_n$  = Área del núcleo medida al diámetro exterior de la varilla

$$\rho_s = 0.45 \left( \frac{40 * 40}{34 * 34} - 1 \right) * \frac{280}{4200} = 0.011$$

$$S_o = \frac{2 * 0.71}{25.5 \text{ cm} * 0.011} = 5.0 \text{ cm}$$

El espacio por confinamiento es de 5.0 cm

### Resumen del refuerzo calculado

✓ **Refuerzo longitudinal**

$$8 \text{ No. 6} = 22.80 \text{ cm}^2$$

✓ **Refuerzo transversal**

*Estribos No. 3 @ 0.05m a 0.60 m de los extremos*

*Estribos No. 3 @ 0.15m en el centro*

### HOJA DE TRABAJO NO. 3

Para los datos de la columna siguiente, realizar el diseño estructural y determinar lo siguiente:

#### Columna:

Sección: 0.35 m x 0.35 m

Longitud = 3 m

$M_x = 13 \text{ Ton}\cdot\text{m}$

$M_y = 9.1 \text{ Ton}\cdot\text{m}$

Vact = 8.9 Ton

$f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$P_u = 40 \text{ Ton}$

- Si resiste a la carga que está sometida
- El armado de acero que llevará
- Si resiste a la carga si su sección original es de 0.30 m x 0.30 m
- A su criterio, sería mejor utilizar una sección de 0.35 m x 0.35 m o una sección de 0.40 m x 0.40 m

## PRÁCTICA No. 4 LOSAS

### 1. Propósitos de la práctica:

- 1.1 Predimensionar correctamente el espesor de una losa.
- 1.2 Realizar el balance de momentos de una losa.
- 1.3 Realizar el diseño estructural de una losa.

### 2. Marco teórico

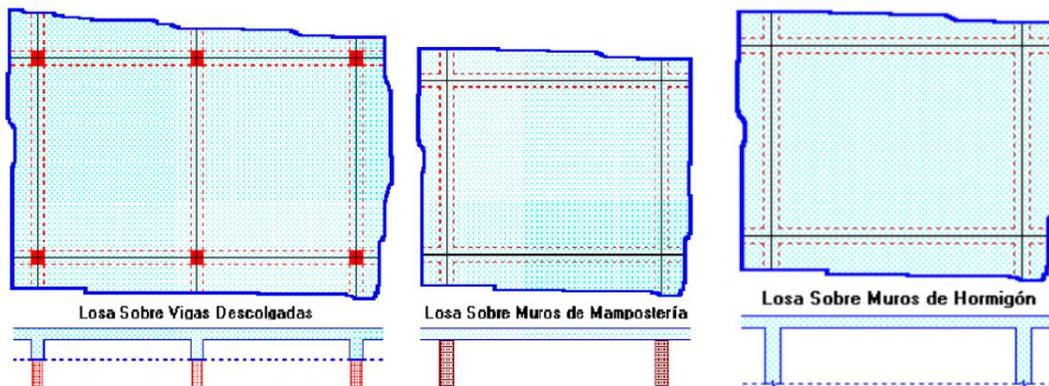
#### Losas

Las losas son elementos estructurales que funcionan como cubierta o techo. Están apoyadas en los cuatro lados, de forma que se obtiene una acción en dos direcciones.

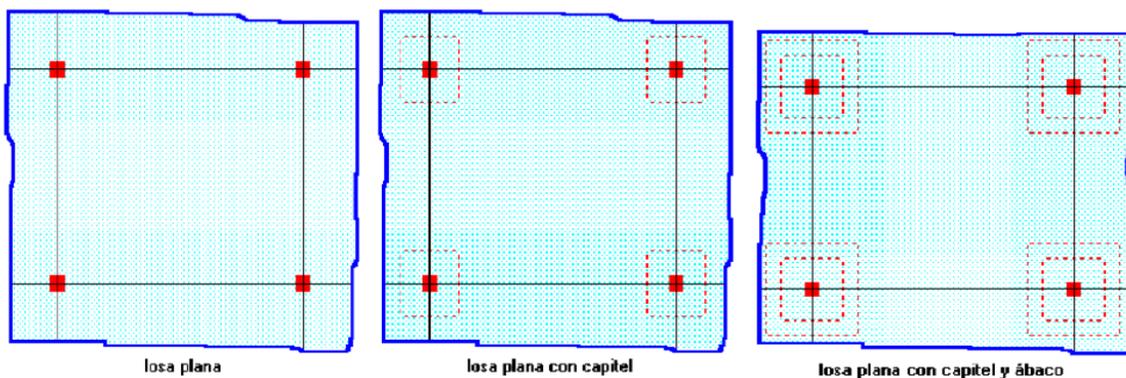
Para diseñarlas existen varios métodos, en este caso se utiliza el método 3 del aci – 318 – 63.

#### Tipos de losas

Las losas pueden estar soportadas perimetral e interiormente por vigas monolíticas de mayor peralte, por vigas de otros materiales independientes o integradas a la losa; o soportadas por muros de concreto, muros de mampostería o muros de otro material, en cuyo caso se las llama Losas Sustentadas sobre Vigas o Losas Sustentadas sobre Muros, respectivamente.



Las losas pueden sustentarse directamente sobre las columnas, llamándose en este caso Losas Planas, que en su forma tradicional no son adecuadas para zonas de alto riesgo sísmico como las existentes en nuestro país, pues no disponen de capacidad resistente suficiente para incursionar dentro del rango inelástico de comportamiento de los materiales, con lo que se limita considerablemente su ductilidad. Pueden utilizarse capiteles y ábacos para mejorar la integración de las losas planas con las columnas, y para mejorar la resistencia de las losas al punzonamiento.



## Predimensionamiento de losas

Se debe evaluar si la losa trabaja en un sentido o dos sentidos, mediante la siguiente relación:

$$m = \frac{A}{B} \geq 0.5, \text{ losa en dos sentidos}$$
$$m = \frac{A}{B} \leq 0.5, \text{ losa en un sentido}$$

Espesor de la losa:

Losa en 1 sentido: Las Losas Unidireccionales se comportan básicamente como vigas anchas, que se suelen diseñar tomando como referencia una franja de ancho unitario (un metro de ancho). Su espesor requerido se calcula como:

$$t = \frac{A}{24}$$

Losas en 2 sentidos: Cuando las losas se sustentan en dos direcciones ortogonales, se desarrollan esfuerzos y deformaciones en ambas direcciones, recibiendo el nombre de Losas Bidireccionales. Su espesor requerido se calcula como:

$$t = \frac{P}{180}$$

Losas en voladizo

$$t = \frac{L}{10}$$

## Recubrimiento mínimo

El acero de refuerzo en losas fundidas in situ debe tener un recubrimiento mínimo de 2.5 cm.

El acero de refuerzo en losas prefabricadas debe tener un recubrimiento mínimo de 1.5 cm.

## Armadura mínima:

En losas de espesor constante (losas macizas), cuando se utilice acero de refuerzo con esfuerzo de fluencia  $F_y = 2800 \text{ Kg/cm}^2$  o  $F_y = 3500 \text{ Kg/cm}^2$ , la cuantía de armado mínimo para resistir la retracción de fraguado y los cambios de temperatura, la  $\rho$  mín será de 0.0020, en dos direcciones ortogonales.

Esta armadura no debe colocarse con separaciones superiores a 5 veces el espesor de la losa ni 45 cm.

En losas de espesor constante, cuando se utilice acero de refuerzo con  $F_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$ , la cuantía mínima para resistir cambios temperatura y retracción de fraguado  $\rho$  mín será de 0.0018, y los espaciamientos serán similares al punto anterior.

## Armadura máxima:

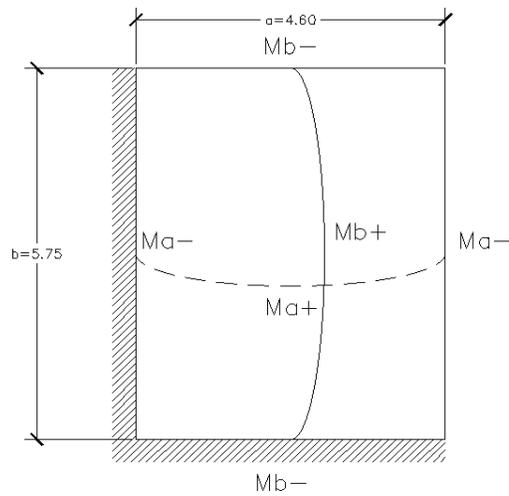
Con el objeto de asegurar una ductilidad mínima, no se podrá proporcionar más armadura a una losa que el 75% de la cuantía balanceada cuando no resiste sismo, y que el 50% de la cuantía balanceada cuando resiste sismo.

$$\rho \text{ máx} = 0.75 \rho b \text{ (si las losas no resisten sismo)}$$

$$\rho \text{ máx} = 0.50 \rho b \text{ (si las losas resisten sismo)}$$

## Diseño

El esquema de la losa para el cálculo de momentos será el siguiente:



**Ejemplo:** Diseñar el armado de las losas, con los siguientes datos:

Datos de cargas

$$\text{Carga viva} = 100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Sobrecarga} = 60 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

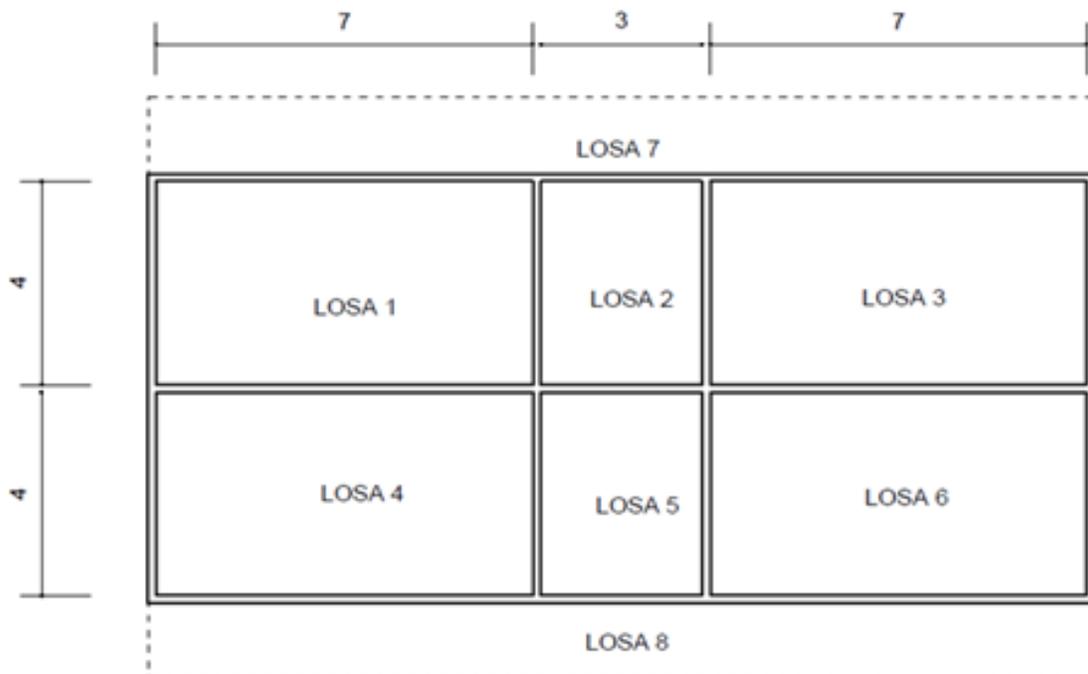
Materiales

$$\text{Resistencia del concreto} = f'c = 210 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Resistencia del acero} = f'c = 2810 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Peso volumetrico del concreto} = Wc = 2400 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Módulo de elasticidad del acero} = Es = 2.1 * 10^4 \text{ kg/cm}^2$$



\*El voladizo (en línea discontinua) tendrá 1.5m en ambos lados

## Predimensionamiento

Losas 1, 4, 3 y 6

$$m = \frac{4}{7} = 0.57; \text{ losas en 2 sentidos}$$

Espesor

$$t = \frac{4 * 2 + 7 * 2}{180} = 0.122m \approx 12.5 \text{ cm}$$

Losas 2 y 5

$$m = \frac{3}{4} = 0.75; \text{ losas en 2 sentidos}$$

Espesor

$$t = \frac{3 * 2 + 4 * 2}{180} = 0.077m \approx 0.08 \text{ cm}$$

Losas en voladizo

$$t = \frac{l}{10} = \frac{1.50m}{10} = 0.15 \text{ m}$$

Por lo tanto, se usará un espesor de losa de 15 cm.

## Cálculo de carga de diseño:

Cargas

Carga muerta

$$w_{losa} = \frac{2400kg}{m^3} * 0.15m = 360kg/m^2$$
$$w_{acabados} = 60kg/m^2$$

$$CM = 420 \text{ kg/m}^2$$

Carga viva

$$CV = 100 \text{ kg/m}^2$$

Cargas últimas

$$CUM = 1.4 * \left(\frac{420kg}{m^2}\right) = 588kg/m^2$$
$$CUv = 1.7 * \left(\frac{100 \text{ kg}}{m^2}\right) = 170kg/m^2$$

$$CU = 758 \text{ kg/m}^2$$

## Cálculo de momentos en losas

Para el cálculo de momentos en sentido corto y sentido largo, se utilizarán las fórmulas siguientes, según los coeficientes para momentos de losas, véase en anexo 1.2.

Momentos negativos.

$$M_a (-) = C_{cu} A * W_u \text{ total} * A^2$$

$$M_b (-) = C_{cu} B * W_u \text{ total} * B^2$$

Momentos positivos

$$M_a (+) = C_{cm} A * W_{cm} * A^2 + C_{cv} A * W_{cv} * A^2$$

$$M_b (+) = C_{cm} B * W_{cm} * B^2 + C_{cv} B * W_{cv} * B^2$$

Momentos bordes discontinuos

$$M_a (-) = 1/3 * M_a (+)$$

$$M_b (-) = 1/3 * M_b (+)$$

Donde:

M = momento actuante

C = coeficiente para momentos

C<sub>u</sub> = cargas últimas vivas, muertas y totales

A, b = dimensión del lado corto y largo de la losa, respectivamente.

### Losas 1, 3, 4 y 6

Al tener las mismas dimensiones y la misma condición de continuidad, el cálculo de los momentos es el mismo en las 4 losas.



$$m = \frac{4}{7} = 0.57 = 0.55$$

Caso 9

$$M_a (+) = 0.037(588 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) + 0.063 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (4\text{m})^2 \right) = 519 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_a (-) = 0.086(758 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) = 1043 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_b (+) = 0.003(588 \text{ kg/m}^2 * (7\text{m})^2) + 0.005 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (7\text{m})^2 \right) = 128 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_b (-) = 0.005(758 \text{ kg/m}^2 * (7\text{m})^2) = 186 \text{ kg} * \text{m}$$

### Losas 2 y 5



$$m = \frac{3}{4} = 0.75$$

Caso 2

$$M_a (+) = 0.061(588 \text{ kg/m}^2 * (3\text{m})^2) + 0.061 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (3\text{m})^2 \right) = 416 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_a (-) = 0.069(758 \text{ kg/m}^2 * (3\text{m})^2) = 471 \text{ kg} * \text{m}$$

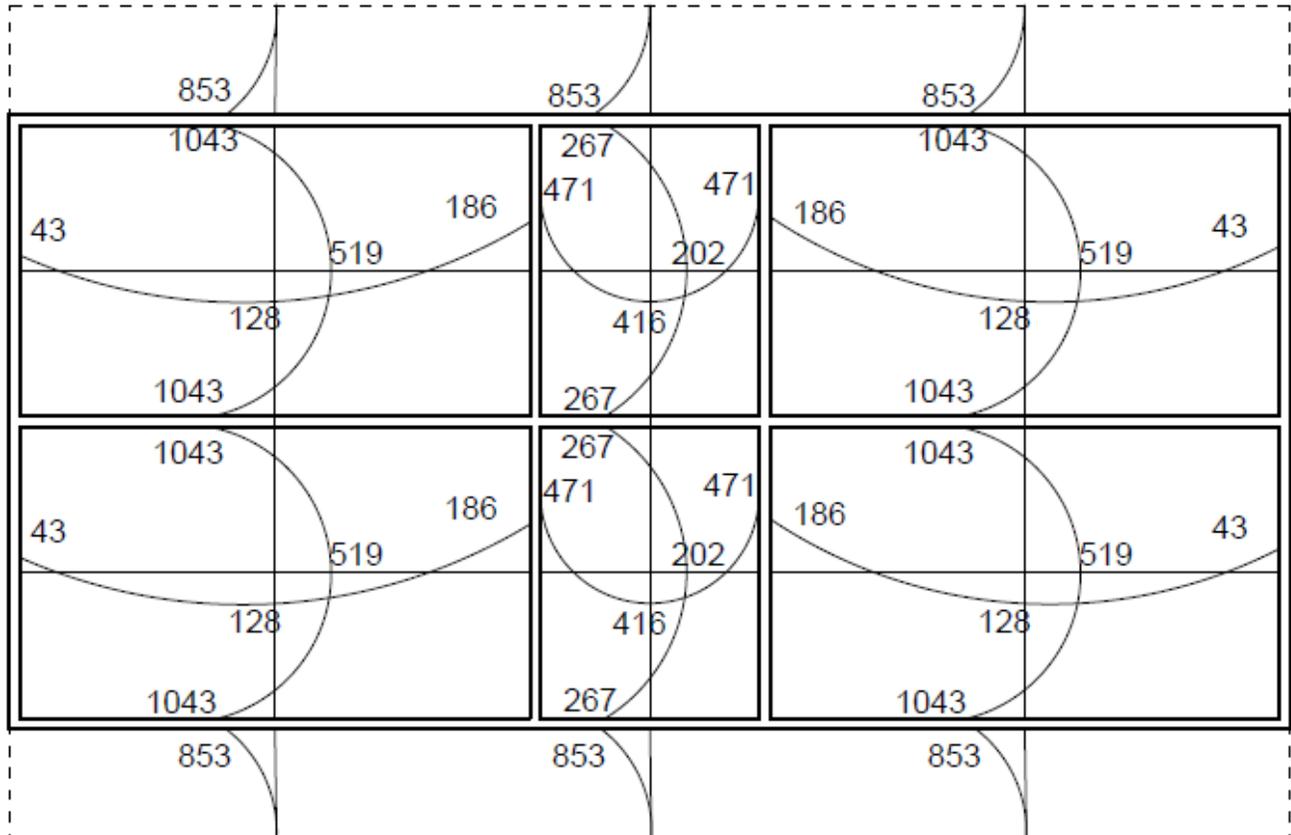
$$M_b (+) = 0.019(588 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) + 0.019 \left( 170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} * (4\text{m})^2 \right) = 202 \text{ kg} * \text{m}$$

$$M_b (-) = 0.022(758 \text{ kg/m}^2 * (4\text{m})^2) = 267 \text{ kg} * \text{m}$$

## Voladizos

$$M(-) = \frac{w l^2}{2} = \frac{758 \frac{kg}{m} * (1.5m)^2}{2} = 853 kg * m$$

## Momentos resultantes



## Balance de momentos

Cuando en dos losas que tienen un lado común tienen momentos diferentes, se necesita hacer un balance de momentos para diseñar el refuerzo estructural que necesita. El balance de momentos se hace de la siguiente manera.

Si  $0.8 * M_{MAYOR} \leq M_{MENOR}$ ,  $M_b = (M_{MAYOR} + M_{MENOR})/2$

Si  $0.8 * M_{MAYOR} > M_{MENOR}$ ,  $M_b$ , se hace balance por rigidez

El balance por rigidez se hace con el siguiente procedimiento:

- $K_1 = 1/L_1$
- $K_2 = 1/L_2$
- $D_1 = K_1/(K_1+K_2)$
- $D_2 = K_2/(K_1+K_2)$

$$M_{b1} = M_{mayor} - D_1 * (M_{mayor} - M_{menor})$$

$$M_{b2} = M_{menor} + D_2 * (M_{mayor} - M_{menor})$$

Momentos a balancear

Losa 1 y 3

$M=186 \text{ kg}\cdot\text{m}$

$M= 471 \text{ kg}\cdot\text{m}$

$0.8 \cdot (471) = 376.8 > 186$ , entonces se hace balance por rigidez

Cálculo de rigideces

$$k_1 = \frac{1}{7} = 0.14 \quad k_2 = \frac{1}{3} = 0.33$$

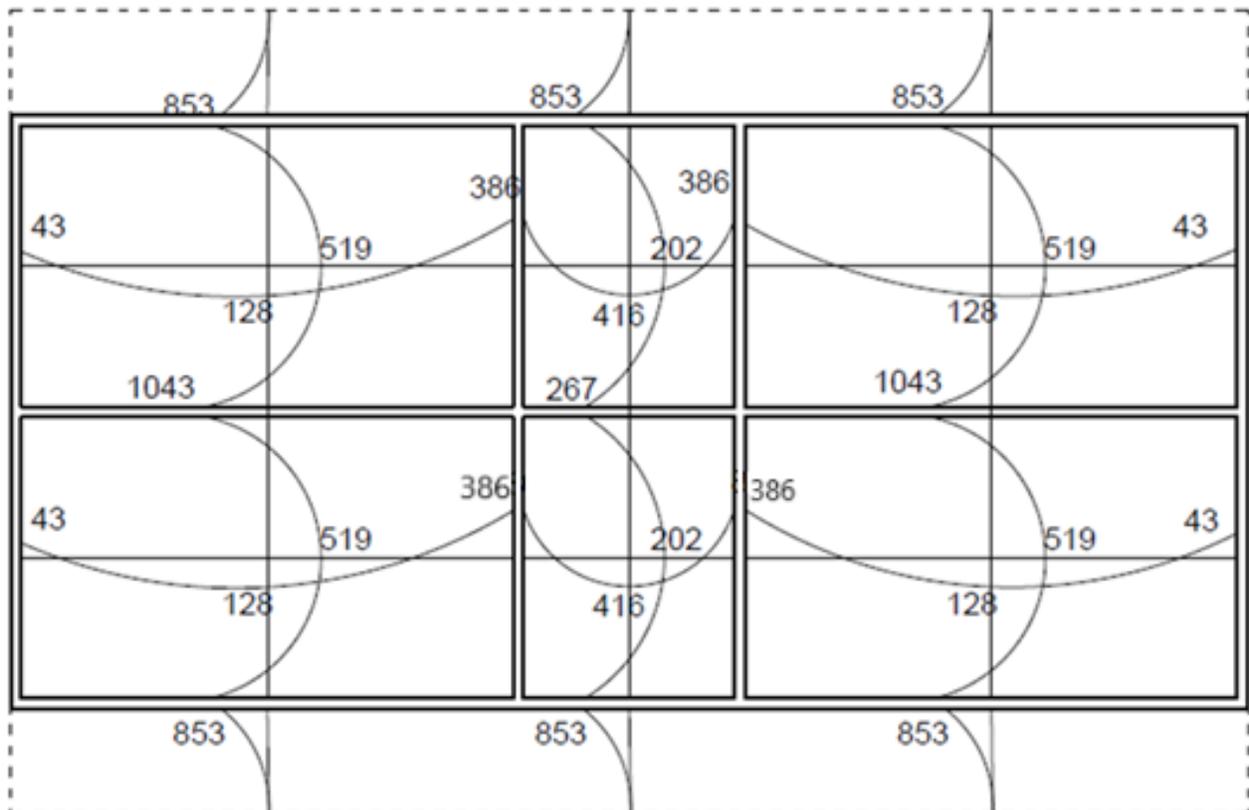
$$D_1 = \frac{0.14}{0.14 + 0.33} = 0.3 \quad D_2 = \frac{0.33}{0.14 + 0.33} = 0.70$$

$$D_1 + D_2 = 0.70 + 0.3 = 1$$

$$M_{b1} = 471 - (0.3)(471 - 186) = 386 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_{b2} = 186 + (0.7)(471 - 186) = 386 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

\*Se realiza el mismo procedimiento en los demás casos, obteniendo el siguiente resultado.



## Diseño de acero para refuerzo estructural

### Peralte efectivo (d)

Asumiendo que se utilizarán varillas no. 3 con un diámetro de 0.9525 cm. Este refuerzo se calcula como si estuviera diseñando una viga con una franja unitaria de 100 cm.

$$d = t - rec - \varnothing/2$$

Donde:

d = Peralte efecto de la losa en cm.

t = Espesor de la losa en cm.

rec = Recubrimiento a utilizar en la losa en cm.

$\varnothing$  = Diámetro de la varilla propuesta en cm.

$$\begin{aligned}\varnothing_{acero} &= 3/8" = 0.95 \text{ cm} \\ d &= 15 - 3 - \frac{0.95}{2} = 11.5 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$As_{min} = 0.4 \left( \frac{14.1}{f_y} \right) (b)(d)$$

$$As_{min} = 0.4 \left( \frac{14.1}{2810} \right) (100)(11.5) = 2.31 \text{ cm}^2$$

Se toma el valor más alto del acero mínimo calculado anteriormente y se distribuye en una franja de 1m.

### Espaciamiento (S) para el acero mínimo (Asmin)

$$\begin{array}{r} 2.31 \text{ cm}^2 \quad \cdot \\ 0.71 \text{ cm}^2 \quad \cdot \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \text{ m} \\ x \end{array}$$

$$S = 0.31 \text{ m}$$

$$S_{max} = 3*t = 3*0.15 = 0.45 \text{ m}$$

Se usará acero #3 @ 0.30 m

### Momento que resiste el acero mínimo

$$Mu_{As_{min}} = 0.90 \left( As_{min} * f_y * \left( d - \frac{As_{min} * f_y}{1.7 * f'_c * b} \right) \right)$$

Donde

$$d = \text{peralte}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$f'_c = \text{Resistencia del concreto}$$

$$f_y = \text{Resistencia del acero}$$

$$Mu_{As_{min}} = 0.90 \left( 2.31 * 2810 * \left( 11.5 - \frac{2.31 * 2810}{1.7 * 210 * 100} \right) \right)$$

$$Mu_{As_{min}} = 66120.67 \text{ kg} * \text{cm}$$

$$Mu_{As\ min} = 661\ kg * m$$

Mu (Asmin)	As min	S
661 kg*m	2.31 cm <sup>2</sup>	0.30 m

Para los momentos que son menores o iguales a los que resiste el acero mínimo, se utilizará el acero mínimo y con el espaciamiento máximo; para los momentos que son mayores al resistente por el acero mínimo, se tiene que calcular una nueva área de acero con la siguiente ecuación.

$$As_{req} = 0.85 * \left( b * d - \sqrt{(b * d)^2 - \frac{Mu * b}{0.003825 * f'c}} \right) * \frac{f'c}{fy}$$

Donde:

Asreq = Acero requerido para soportar el momento producido en la viga (cm<sup>2</sup>)

b = Base de la viga (cm)

d = Peralte efectivo de la viga (cm)

Mu = Momento que se quiere soportar (kg - m)

f'c = Resistencia de diseño del concreto (kg/ cm<sup>2</sup>)

fy = Resistencia de diseño del acero (kg/ cm<sup>2</sup>)

$$As_{Mu\ (853kg - m)} = 0.85 * \left( 100 * 11.5 - \sqrt{(100 * 11.5)^2 - \frac{853 * 100}{0.003825 * 210}} \right) * \frac{210}{2810} = 2.99\ cm^2$$

$$2.99\ cm^2 \quad \cdot \quad 1\ m$$

$$0.71\ cm^2 \quad \cdot \quad x$$

$$S = 0.24\ m$$

$$As_{Mu\ (1043kg - m)} = 0.85 * \left( 100 * 11.5 - \sqrt{(100 * 11.5)^2 - \frac{1043 * 100}{0.003825 * 210}} \right) * \frac{210}{2810} = 3.68\ cm^2$$

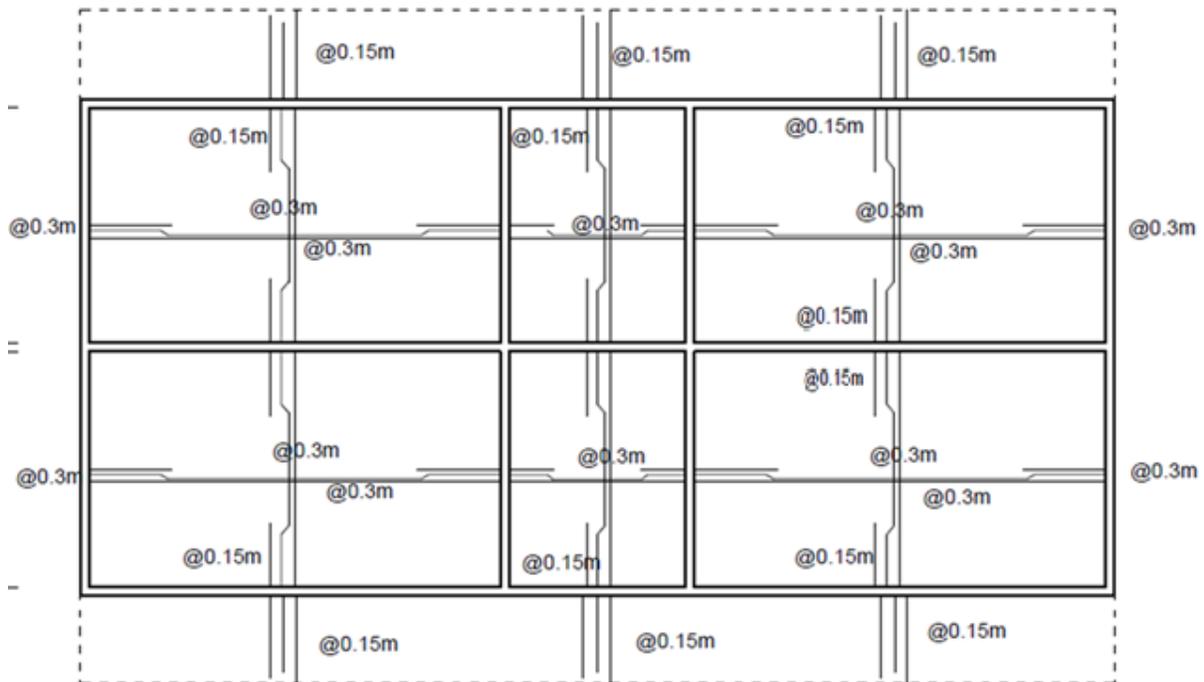
$$3.68\ cm^2 \quad \cdot \quad 1\ m$$

$$0.71\ cm^2 \quad \cdot \quad x$$

$$S = 0.19\ m$$

\*Se realiza el mismo procedimiento para todos los momentos restantes superiores al  $Mu_{As\ min}$ .

Mu (kg-m)	As (cm <sup>2</sup> )	S max	S corregido
853	2.99	0.24	0.15
1043	3.68	0.19	0.15
519	1.81	0.39	0.3
128	0.44	1.61	0.3
186	0.64	1.11	0.3
471	1.64	0.43	0.3
202	0.70	1.01	0.3
416	1.44	0.49	0.3
386	1.34	0.6	0.3
267	0.92	0.77	0.3



### Chequeo por corte:

Las losas se encuentran sometidas a esfuerzos de corte, donde se aplican cargas concentradas, los cuales deben resistirse por los materiales que la conforman, por el tipo de losa que se utiliza, estos esfuerzos deben resistirse por el concreto, por tal razón se debe chequear que el espesor de la losa sea el adecuado. Para este chequeo se utiliza la siguiente ecuación.

$$V_{max} = \frac{C_u * L}{2}$$

Donde;

Cu = Carga última unitaria

L = Lado corto de la losa analizada

Losa 1

$$V_{max} = \frac{758 \text{ kg/m} * 4}{2} = 1516 \text{ kg}$$

### Cálculo del corte máximo resistente (vrc)

$$V_r = \phi * \sqrt{f'_c} * b_w * d$$

Donde:

V<sub>res</sub> = Corte que resiste el concreto.

f'<sub>c</sub> = Resistencia a la compresión del concreto.

θ = Factor de reducción de resistencia. = 0.75

$$V_r = 0.75 * \sqrt{210} * 100 \text{ cm} * 11.5 \text{ cm} = 12,408.81 \text{ kg}$$

V<sub>res</sub> > V<sub>act</sub>

12,408.81 kg > 1516 kg

Luego de calcular el corte actuante máximo y el corte máximo resistente, se observa que el corte que resiste el concreto es mayor, por lo que se concluye que el espesor utilizado es el adecuado.

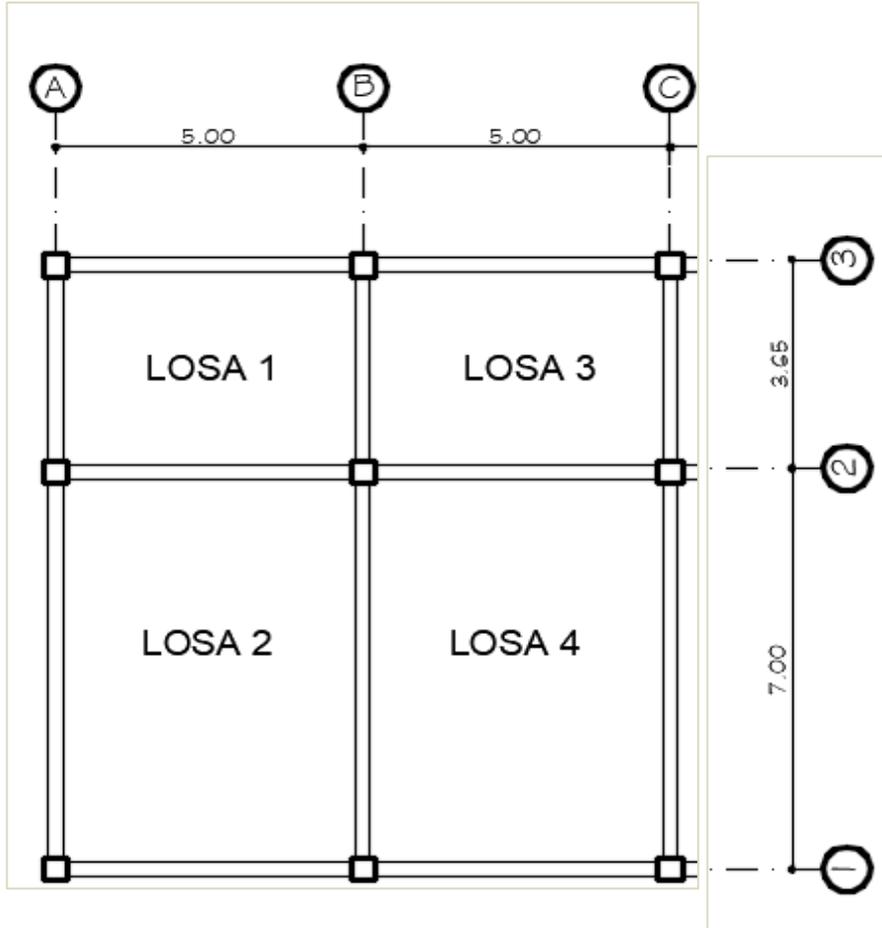
## HOJA DE TRABAJO No. 4

Realizar el diseño estructural para la siguiente losa, los datos para realizar el diseño son:

CM = 684 kg/m<sup>2</sup>

CV = 510 kg/m<sup>2</sup>

CU = 1194 kg/m<sup>2</sup>



## Bibliografía

1. American concrete institute. *Requisitos de reglamento para concreto estructural (aci 318s-14)*. Michigan, Estados Unidos: aci 318s, 2014. 587p.
2. American concrete institute. *Requisitos de reglamento para concreto estructural (aci 318s-25)*. Michigan, Estados Unidos: aci 318s, 2015.
3. Asociación guatemalteca de ingeniería estructural y sísmica. *Agies nse 2.1-18 estudios geotécnicos y de microzonificación*. Guatemala. 2018. 49 p.
4. Asociación guatemalteca de ingeniería estructural y sísmica. *Agies nse 2.-18 demandas estructurales, condiciones de sitio y niveles de protección*. Guatemala. 2018. 72 p.
5. Asociación guatemalteca de ingeniería estructural y sísmica. *Agies nse 3-10 diseño estructural de edificaciones*. Guatemala. 2018. 28 p.
6. H. Nilson, Arthur. *Diseño de estructuras de concreto*. Mcgraw hill. 12a ed. Bogotá, Colombia. 1999. 722

## ANEXOS

### 1. Tablas de coeficientes para diseño de losas

**TABLA 12.3**  
**Coeficientes para momentos negativos en losas<sup>a</sup>**

$$M_{a,neg} = C_{a,neg} w l_a^2 \quad \text{donde } w = \text{carga muerta más viva uniforme total}$$

$$M_{b,neg} = C_{b,neg} w l_b^2$$

Relación $m = \frac{l_a}{l_b}$	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1.00	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.045 0.045	0.076	0.050 0.050	0.075	0.071	0.071	0.033 0.061	0.061 0.033
0.95	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.050 0.041	0.072	0.055 0.045	0.079	0.075	0.067	0.038 0.056	0.065 0.029
0.90	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.055 0.037	0.070	0.060 0.040	0.080	0.079	0.062	0.043 0.052	0.068 0.025
0.85	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.060 0.031	0.065	0.066 0.034	0.082	0.083	0.057	0.049 0.046	0.072 0.021
0.80	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.065 0.027	0.061	0.071 0.029	0.083	0.086	0.051	0.055 0.041	0.075 0.017
0.75	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.069 0.022	0.056	0.076 0.024	0.085	0.088	0.044	0.061 0.036	0.078 0.014
0.70	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.074 0.017	0.050	0.081 0.019	0.086	0.091	0.038	0.068 0.029	0.081 0.011
0.65	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.077 0.014	0.043	0.085 0.015	0.087	0.093	0.031	0.074 0.024	0.083 0.008
0.60	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.081 0.010	0.035	0.089 0.011	0.088	0.095	0.024	0.080 0.018	0.085 0.006
0.55	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.084 0.007	0.028	0.092 0.008	0.089	0.096	0.019	0.085 0.014	0.086 0.005
0.50	$C_{a,neg}$ $C_{b,neg}$	0.086 0.006	0.022	0.094 0.006	0.090	0.097	0.014	0.089 0.010	0.088 0.003

<sup>a</sup> Un borde achurado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

**TABLA 12.4**

**Coefficientes para momentos positivos debidos a carga muerta en losas"**

$$M_{a,pos,dl} = C_{a,dl} w l_a^2$$

donde w = carga muerta uniforme total

$$M_{b,pos,dl} = C_{b,dl} w l_b^2$$

Relación $m = \frac{l_a}{l_b}$	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1.00	$C_{a,dl}$ 0.036	$C_{a,dl}$ 0.018	$C_{a,dl}$ 0.018	$C_{a,dl}$ 0.027	$C_{a,dl}$ 0.027	$C_{a,dl}$ 0.033	$C_{a,dl}$ 0.027	$C_{a,dl}$ 0.020	$C_{a,dl}$ 0.023
	$C_{b,dl}$ 0.036	$C_{b,dl}$ 0.018	$C_{b,dl}$ 0.027	$C_{b,dl}$ 0.027	$C_{b,dl}$ 0.018	$C_{b,dl}$ 0.027	$C_{b,dl}$ 0.033	$C_{b,dl}$ 0.023	$C_{b,dl}$ 0.020
0.95	$C_{a,dl}$ 0.040	$C_{a,dl}$ 0.020	$C_{a,dl}$ 0.021	$C_{a,dl}$ 0.030	$C_{a,dl}$ 0.028	$C_{a,dl}$ 0.036	$C_{a,dl}$ 0.031	$C_{a,dl}$ 0.022	$C_{a,dl}$ 0.024
	$C_{b,dl}$ 0.033	$C_{b,dl}$ 0.016	$C_{b,dl}$ 0.025	$C_{b,dl}$ 0.024	$C_{b,dl}$ 0.015	$C_{b,dl}$ 0.024	$C_{b,dl}$ 0.031	$C_{b,dl}$ 0.021	$C_{b,dl}$ 0.017
0.90	$C_{a,dl}$ 0.045	$C_{a,dl}$ 0.022	$C_{a,dl}$ 0.025	$C_{a,dl}$ 0.033	$C_{a,dl}$ 0.029	$C_{a,dl}$ 0.039	$C_{a,dl}$ 0.035	$C_{a,dl}$ 0.025	$C_{a,dl}$ 0.026
	$C_{b,dl}$ 0.029	$C_{b,dl}$ 0.014	$C_{b,dl}$ 0.024	$C_{b,dl}$ 0.022	$C_{b,dl}$ 0.013	$C_{b,dl}$ 0.021	$C_{b,dl}$ 0.028	$C_{b,dl}$ 0.019	$C_{b,dl}$ 0.015
0.85	$C_{a,dl}$ 0.050	$C_{a,dl}$ 0.024	$C_{a,dl}$ 0.029	$C_{a,dl}$ 0.036	$C_{a,dl}$ 0.031	$C_{a,dl}$ 0.042	$C_{a,dl}$ 0.040	$C_{a,dl}$ 0.029	$C_{a,dl}$ 0.028
	$C_{b,dl}$ 0.026	$C_{b,dl}$ 0.012	$C_{b,dl}$ 0.022	$C_{b,dl}$ 0.019	$C_{b,dl}$ 0.011	$C_{b,dl}$ 0.017	$C_{b,dl}$ 0.025	$C_{b,dl}$ 0.017	$C_{b,dl}$ 0.013
0.80	$C_{a,dl}$ 0.056	$C_{a,dl}$ 0.026	$C_{a,dl}$ 0.034	$C_{a,dl}$ 0.039	$C_{a,dl}$ 0.032	$C_{a,dl}$ 0.045	$C_{a,dl}$ 0.045	$C_{a,dl}$ 0.032	$C_{a,dl}$ 0.029
	$C_{b,dl}$ 0.023	$C_{b,dl}$ 0.011	$C_{b,dl}$ 0.020	$C_{b,dl}$ 0.016	$C_{b,dl}$ 0.009	$C_{b,dl}$ 0.015	$C_{b,dl}$ 0.022	$C_{b,dl}$ 0.015	$C_{b,dl}$ 0.010
0.75	$C_{a,dl}$ 0.061	$C_{a,dl}$ 0.028	$C_{a,dl}$ 0.040	$C_{a,dl}$ 0.043	$C_{a,dl}$ 0.033	$C_{a,dl}$ 0.048	$C_{a,dl}$ 0.051	$C_{a,dl}$ 0.036	$C_{a,dl}$ 0.031
	$C_{b,dl}$ 0.019	$C_{b,dl}$ 0.009	$C_{b,dl}$ 0.018	$C_{b,dl}$ 0.013	$C_{b,dl}$ 0.007	$C_{b,dl}$ 0.012	$C_{b,dl}$ 0.020	$C_{b,dl}$ 0.013	$C_{b,dl}$ 0.007
0.70	$C_{a,dl}$ 0.068	$C_{a,dl}$ 0.030	$C_{a,dl}$ 0.046	$C_{a,dl}$ 0.046	$C_{a,dl}$ 0.035	$C_{a,dl}$ 0.051	$C_{a,dl}$ 0.058	$C_{a,dl}$ 0.040	$C_{a,dl}$ 0.033
	$C_{b,dl}$ 0.016	$C_{b,dl}$ 0.007	$C_{b,dl}$ 0.016	$C_{b,dl}$ 0.011	$C_{b,dl}$ 0.005	$C_{b,dl}$ 0.009	$C_{b,dl}$ 0.017	$C_{b,dl}$ 0.011	$C_{b,dl}$ 0.006
0.65	$C_{a,dl}$ 0.074	$C_{a,dl}$ 0.032	$C_{a,dl}$ 0.054	$C_{a,dl}$ 0.050	$C_{a,dl}$ 0.036	$C_{a,dl}$ 0.054	$C_{a,dl}$ 0.065	$C_{a,dl}$ 0.044	$C_{a,dl}$ 0.034
	$C_{b,dl}$ 0.013	$C_{b,dl}$ 0.006	$C_{b,dl}$ 0.014	$C_{b,dl}$ 0.009	$C_{b,dl}$ 0.004	$C_{b,dl}$ 0.007	$C_{b,dl}$ 0.014	$C_{b,dl}$ 0.009	$C_{b,dl}$ 0.005
0.60	$C_{a,dl}$ 0.081	$C_{a,dl}$ 0.034	$C_{a,dl}$ 0.062	$C_{a,dl}$ 0.053	$C_{a,dl}$ 0.037	$C_{a,dl}$ 0.056	$C_{a,dl}$ 0.073	$C_{a,dl}$ 0.048	$C_{a,dl}$ 0.036
	$C_{b,dl}$ 0.010	$C_{b,dl}$ 0.004	$C_{b,dl}$ 0.011	$C_{b,dl}$ 0.007	$C_{b,dl}$ 0.003	$C_{b,dl}$ 0.006	$C_{b,dl}$ 0.012	$C_{b,dl}$ 0.007	$C_{b,dl}$ 0.004
0.55	$C_{a,dl}$ 0.088	$C_{a,dl}$ 0.035	$C_{a,dl}$ 0.071	$C_{a,dl}$ 0.056	$C_{a,dl}$ 0.038	$C_{a,dl}$ 0.058	$C_{a,dl}$ 0.081	$C_{a,dl}$ 0.052	$C_{a,dl}$ 0.037
	$C_{b,dl}$ 0.008	$C_{b,dl}$ 0.003	$C_{b,dl}$ 0.009	$C_{b,dl}$ 0.005	$C_{b,dl}$ 0.002	$C_{b,dl}$ 0.004	$C_{b,dl}$ 0.009	$C_{b,dl}$ 0.005	$C_{b,dl}$ 0.003
0.50	$C_{a,dl}$ 0.095	$C_{a,dl}$ 0.037	$C_{a,dl}$ 0.080	$C_{a,dl}$ 0.059	$C_{a,dl}$ 0.039	$C_{a,dl}$ 0.061	$C_{a,dl}$ 0.089	$C_{a,dl}$ 0.056	$C_{a,dl}$ 0.038
	$C_{b,dl}$ 0.006	$C_{b,dl}$ 0.002	$C_{b,dl}$ 0.007	$C_{b,dl}$ 0.004	$C_{b,dl}$ 0.001	$C_{b,dl}$ 0.003	$C_{b,dl}$ 0.007	$C_{b,dl}$ 0.004	$C_{b,dl}$ 0.002

\* Un borde **achurado** indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

**TABLA 12.5**

**Coefficientes para momentos positivos debidos a carga viva en losas"**

$$M_{a, pos, ll} = C_{a, ll} w l_a^2$$

donde w = carga viva uniforme total

$$M_{b, pos, ll} = C_{b, ll} w l_b^2$$

Relación $m = \frac{l_a}{l_b}$	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8	Caso 9
1.00	$C_{a, ll}$ 0.036	0.027	0.027	0.032	0.032	0.035	0.032	0.028	0.030
	$C_{b, ll}$ 0.036	0.027	0.032	0.032	0.027	0.032	0.035	0.030	0.028
0.95	$C_{a, ll}$ 0.040	0.030	0.031	0.035	0.034	0.038	0.036	0.031	0.032
	$C_{b, ll}$ 0.033	0.025	0.029	0.029	0.024	0.029	0.032	0.027	0.025
0.90	$C_{a, ll}$ 0.045	0.034	0.035	0.039	0.037	0.042	0.040	0.035	0.036
	$C_{b, ll}$ 0.029	0.022	0.027	0.026	0.021	0.025	0.029	0.024	0.022
0.85	$C_{a, ll}$ 0.050	0.037	0.040	0.043	0.041	0.046	0.045	0.040	0.039
	$C_{b, ll}$ 0.026	0.019	0.024	0.023	0.019	0.022	0.026	0.022	0.020
0.80	$C_{a, ll}$ 0.056	0.041	0.045	0.048	0.044	0.051	0.051	0.044	0.042
	$C_{b, ll}$ 0.023	0.017	0.022	0.020	0.016	0.019	0.023	0.019	0.017
0.75	$C_{a, ll}$ 0.061	0.045	0.051	0.052	0.047	0.055	0.056	0.049	0.046
	$C_{b, ll}$ 0.019	0.014	0.019	0.016	0.013	0.016	0.020	0.016	0.013
0.70	$C_{a, ll}$ 0.068	0.049	0.057	0.057	0.051	0.060	0.063	0.054	0.050
	$C_{b, ll}$ 0.016	0.012	0.016	0.014	0.011	0.013	0.017	0.014	0.011
0.65	$C_{a, ll}$ 0.074	0.053	0.064	0.062	0.055	0.064	0.070	0.059	0.054
	$C_{b, ll}$ 0.013	0.010	0.014	0.011	0.009	0.010	0.014	0.011	0.009
0.60	$C_{a, ll}$ 0.081	0.058	0.071	0.067	0.059	0.068	0.077	0.065	0.059
	$C_{b, ll}$ 0.010	0.007	0.011	0.009	0.007	0.008	0.011	0.009	0.007
0.55	$C_{a, ll}$ 0.088	0.062	0.080	0.072	0.063	0.073	0.085	0.070	0.063
	$C_{b, ll}$ 0.008	0.006	0.009	0.007	0.005	0.006	0.009	0.007	0.006
0.50	$C_{a, ll}$ 0.095	0.066	0.088	0.077	0.067	0.078	0.092	0.076	0.067
	$C_{b, ll}$ 0.006	0.004	0.007	0.005	0.004	0.005	0.007	0.005	0.004

\* Un borde **achurado** indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas **indica** un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

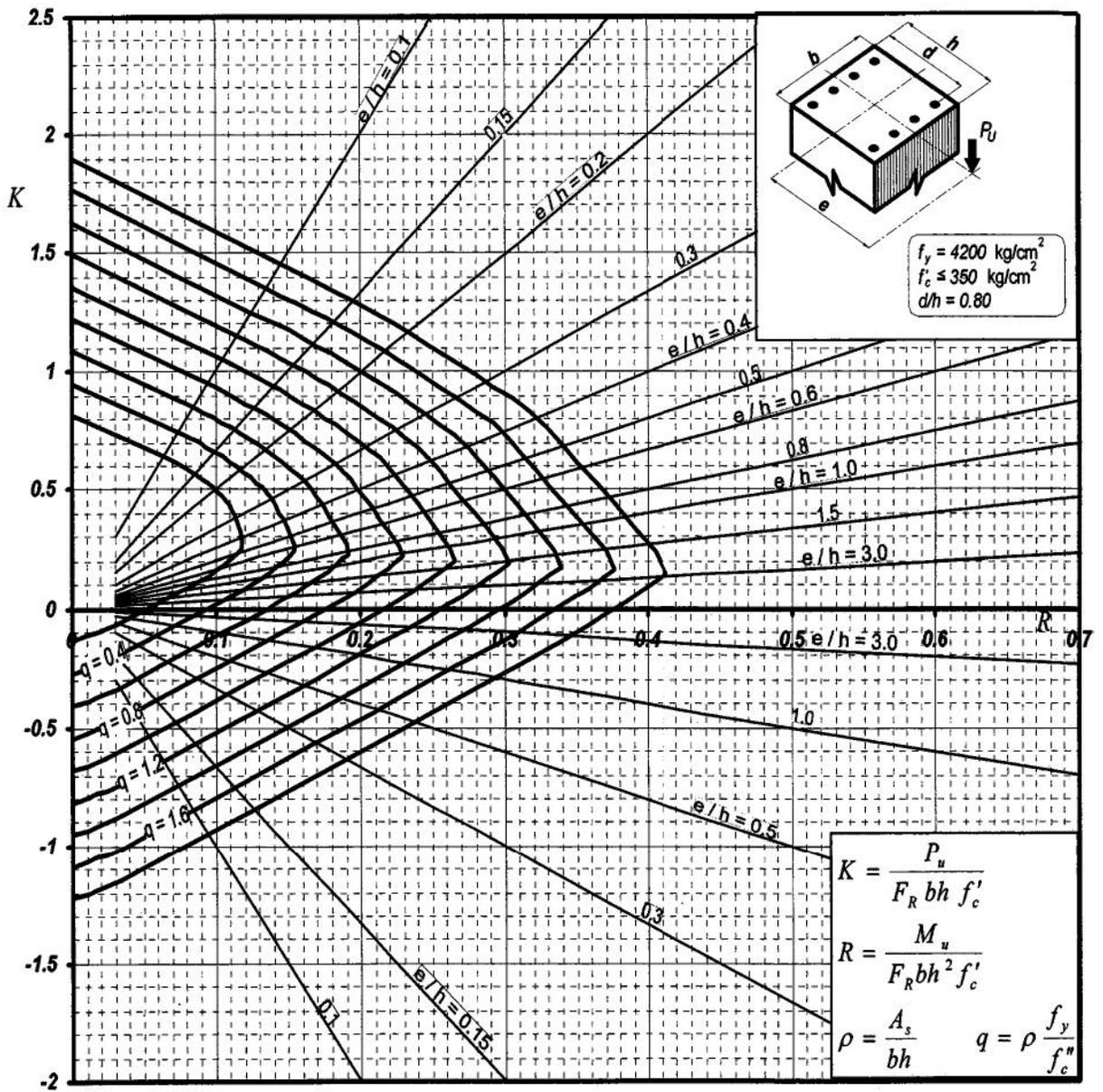
**TABLA 12.6**

**Relación de la carga W que se transmite en las direcciones  $l_a$  y  $l_b$  para calcular el cortante en la losa y las cargas en los apoyos"**

Relación $m = \frac{l_a}{l_b}$	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4	Caso5	Caso6	Caso7	Caso8	Caso9	
	<input type="text"/>									
1.00	$W'_a$ $W'_b$	0.50 0.50	0.50 0.50	0.17 0.83	0.50 0.50	0.83 0.17	0.71 0.29	0.29 0.71	0.33 0.67	0.67 0.33
0.95	$W'_a$ $W'_b$	0.55 0.45	0.55 0.45	0.20 0.80	0.55 0.45	0.86 0.14	0.75 0.25	0.33 0.67	0.38 0.62	0.71 0.29
0.90	$W'_a$ $W'_b$	0.60 0.40	0.60 0.40	0.23 0.77	0.60 0.40	0.88 0.12	0.79 0.21	0.38 0.62	0.43 0.57	0.75 0.25
0.85	$W'_a$ $W'_b$	0.66 0.34	0.66 0.34	0.28 0.72	0.66 0.34	0.90 0.10	0.83 0.17	0.43 0.57	0.49 0.51	0.79 0.21
0.80	$W'_a$ $W'_b$	0.71 0.29	0.71 0.29	0.33 0.67	0.71 0.29	0.92 0.08	0.86 0.14	0.49 0.51	0.55 0.45	0.83 0.17
0.75	$W'_a$ $W'_b$	0.76 0.24	0.76 0.24	0.39 0.61	0.76 0.24	0.94 0.06	0.88 0.12	0.56 0.44	0.61 0.39	0.86 0.14
0.70	$W'_a$ $W'_b$	0.81 0.19	0.81 0.19	0.45 0.55	0.81 0.19	0.95 0.05	0.91 0.09	0.62 0.38	0.68 0.32	0.89 0.11
0.65	$W'_a$ $W'_b$	0.85 0.15	0.85 0.15	0.53 0.47	0.85 0.15	0.96 0.04	0.93 0.07	0.69 0.31	0.74 0.26	0.92 0.08
0.60	$W'_a$ $W'_b$	0.89 0.11	0.89 0.11	0.61 0.39	0.89 0.11	0.97 0.03	0.95 0.05	0.76 0.24	0.80 0.20	0.94 0.06
0.55	$W'_a$ $W'_b$	0.92 0.08	0.92 0.08	0.69 0.31	0.92 0.08	0.98 0.02	0.96 0.04	0.81 0.19	0.85 0.15	0.95 0.05
0.50	$W'_a$ $W'_b$	0.94 0.06	0.94 0.06	0.76 0.24	0.94 0.06	0.99 0.01	0.97 0.03	0.86 0.14	0.89 0.11	0.97 0.03

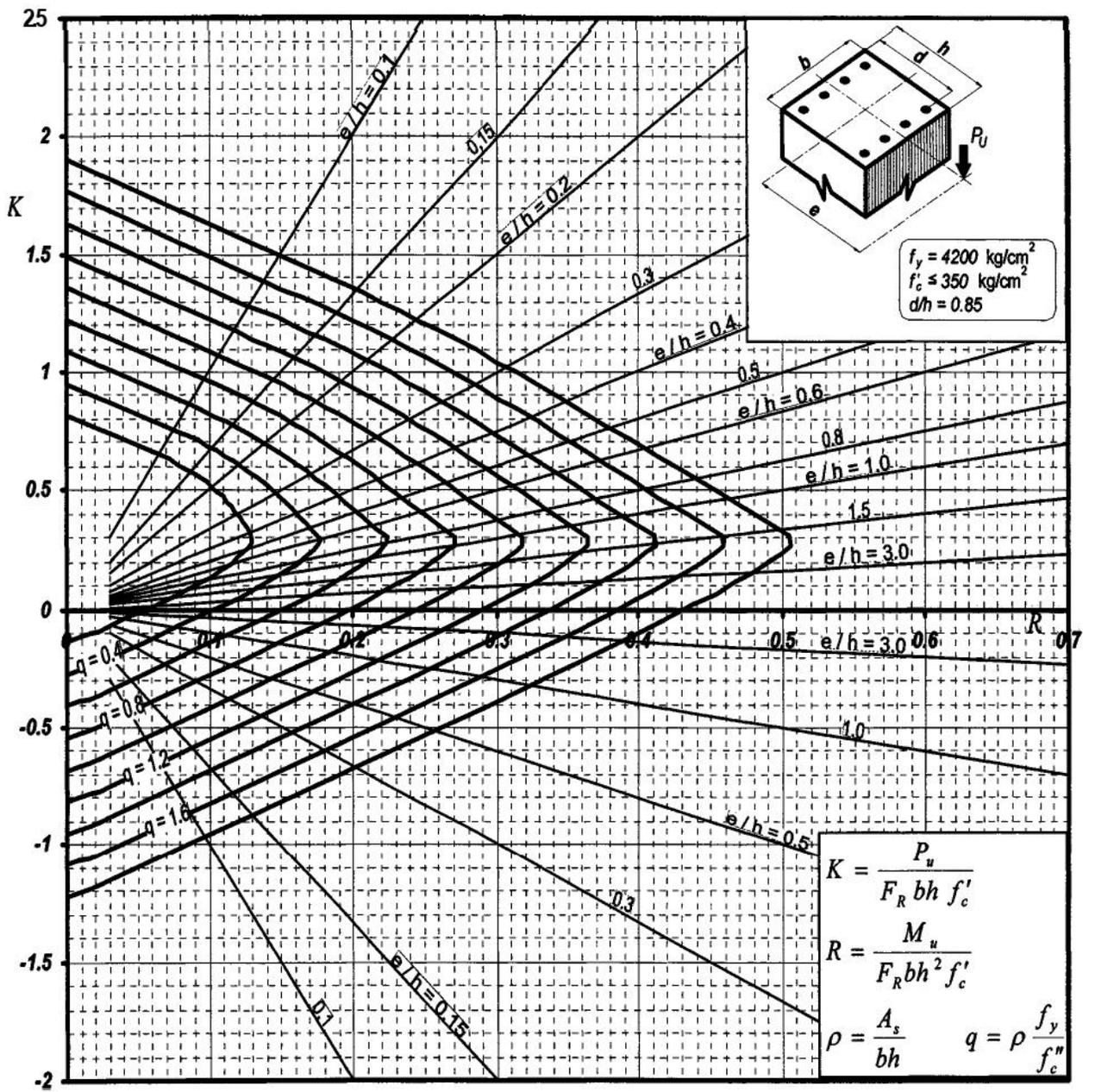
° Un borde achurado indica que la losa continúa a través o se encuentra empotrada en el apoyo; un borde sin marcas indica un apoyo donde la resistencia torsional es despreciable.

2. Diagramas de interacción para el diseño de columnas.



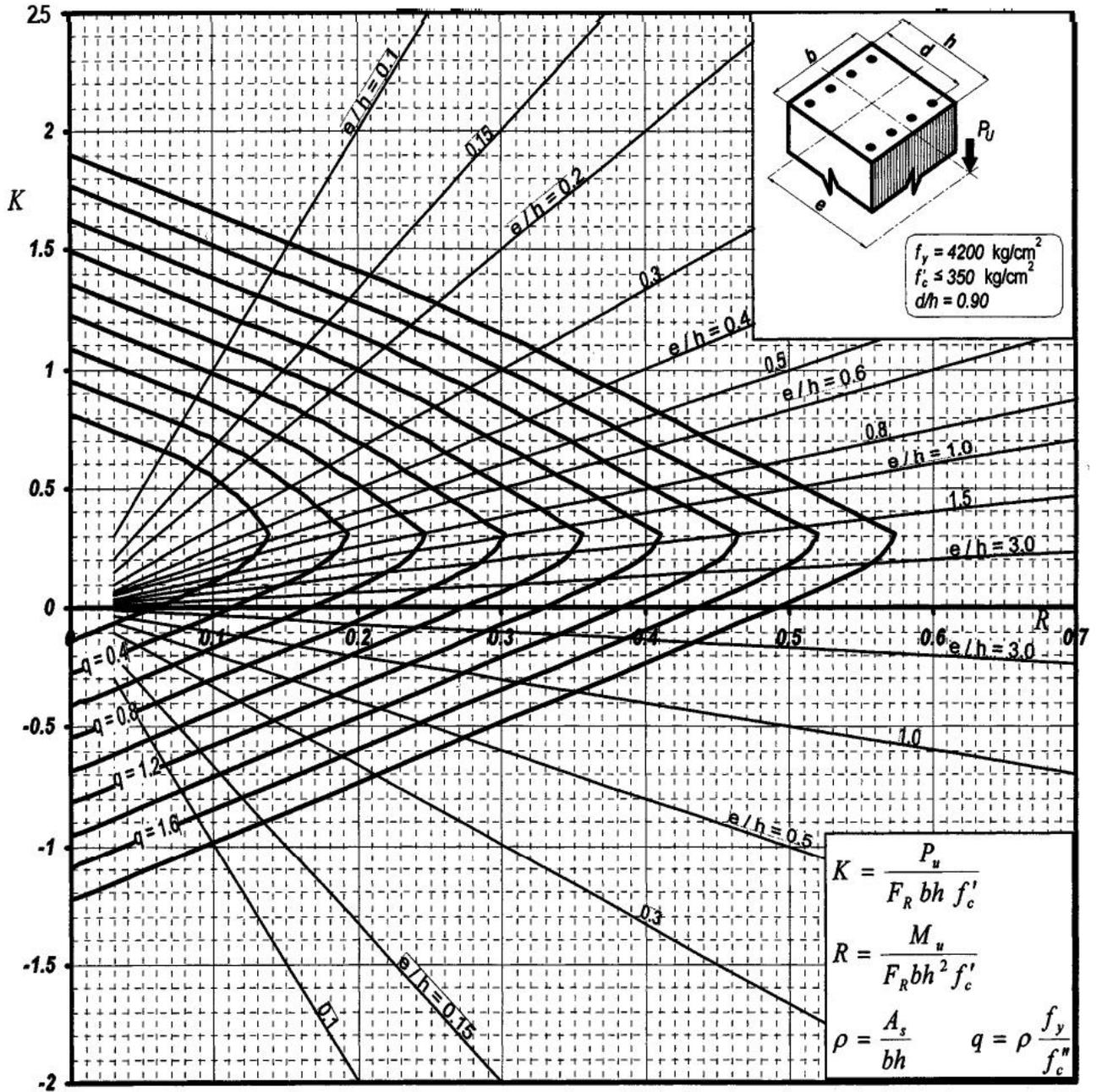
$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f'_c = 0.85 f_c^*$   
 $f_c^* = 0.80 f'_c$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.1



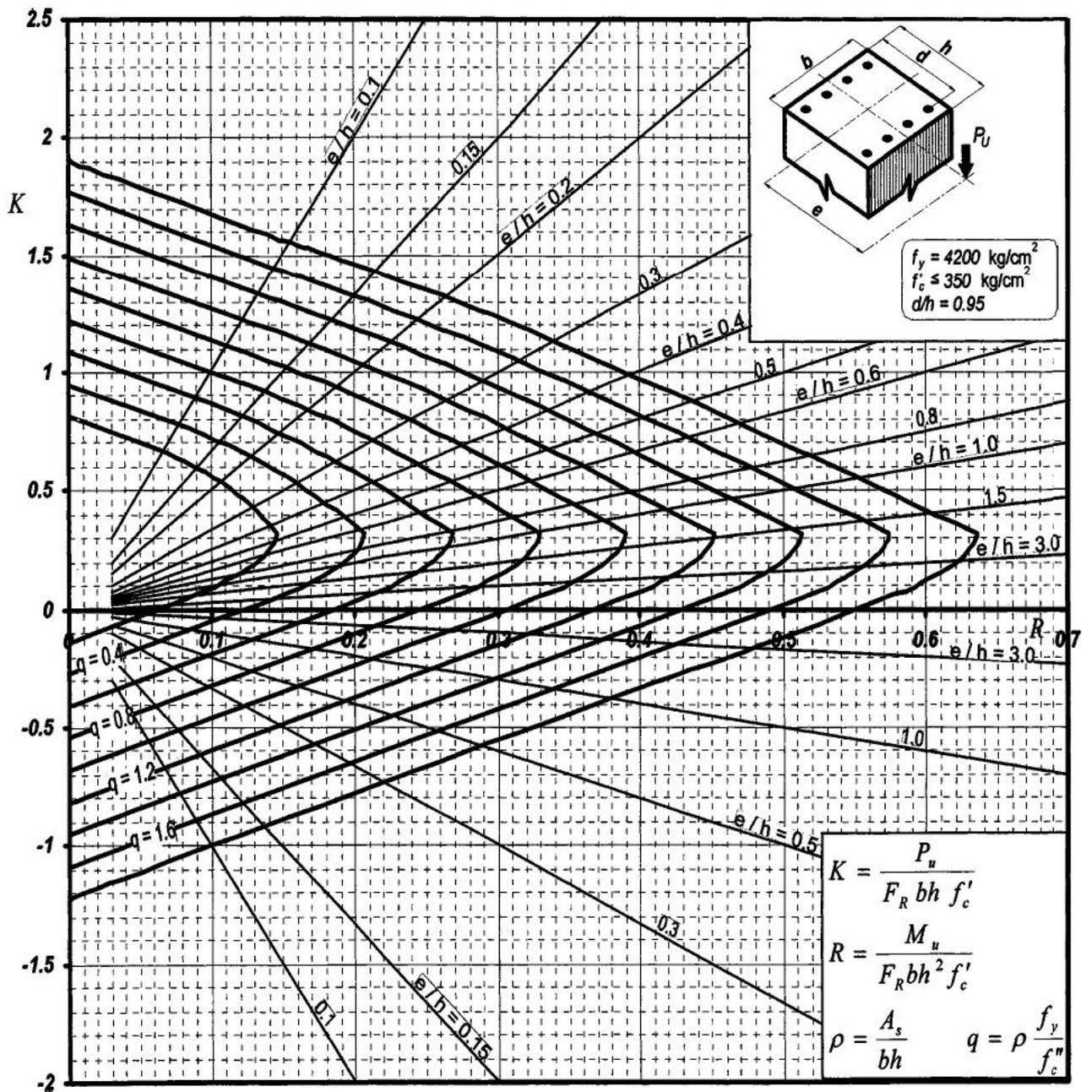
$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f'_c = 0.85 f_c^*$   
 $f_c^* = 0.80 f'_c$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.3



$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$   
 $f_c^* = 0.80 f_c'$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.5



$A_s$  = Área total de refuerzo  
 $f_c'' = 0.85 f_c^*$   
 $f_c' = 0.80 f_c^*$   
 $F_R$  = Factor de reducción de resistencia  
 $P_u$  = Carga axial última  
 $M_u$  = Momento flexionante último

Figura C.7