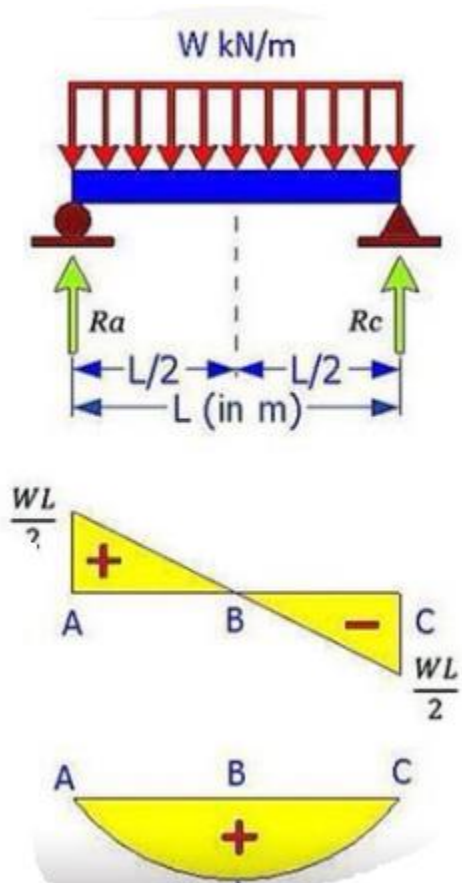


MANUAL LABORATORIO RESISTENCIA DE MATERIALES

UNIVERSIDAD RURAL DE GUATEMALA
LABORATORIO RESISTENCIA DE MATERIALES
LABORATORIO INTENSIVO



INSTRUCCIONES PARA REALIZAR LA PRÁCTICA

Se trabajará en forma individual, Deberá atender las siguientes **indicaciones**:

1. Presentarse puntualmente a la hora de inicio de laboratorio (aplica a clase teórica o práctica) ya que en ese momento se cerrará la puerta y se procederá a realizar el examen corto. Al terminar dicho examen se dejará entrar a las personas que llegaron tarde (no más de 15 minutos tarde), pero sin derecho a examinarse. SIN EXCEPCIONES.
2. Cada alumno debe presentar su propio manual de laboratorio todos los días.
3. Contar con los implementos de seguridad y los conocimientos adecuados:
 - **Mascarilla**
 - **Protección facial (careta)**
 - Alcohol en gel
 - Participación y cuidado de cada uno de los integrantes del grupo en todo momento de la práctica.
 - Conocer la teoría de la práctica a realizar.
 - **Respeto dentro del laboratorio hacia los catedráticos o compañeros (as).**

La falta a cualquiera de los incisos anteriores será motivo de una inasistencia.

4. No se permite el uso de teléfono celular dentro del laboratorio, visitas durante la realización de la práctica, hablar a través de las ventanas o salirse sin previo aviso.
5. Se prohíbe terminantemente comer, beber, fumar o masticar chicle dentro del laboratorio. Éstos también serán motivos para ser expulsado del laboratorio.
6. Al finalizar la práctica deberá entregarse al instructor la hoja con los ejercicios realizados en la práctica.

Materiales necesarios para las prácticas de Resistencia de Materiales

Práctica	Material
TODAS	Calculadora Regla o escalimetro Hojas en blanco Cuadernos y utensilios para apuntar Manual del curso

REPORTE DE INVESTIGACIÓN

Las secciones de las cuales consta un reporte de Resistencia de Materiales, el punteo de cada una y el orden en el cual deben aparecer son las siguientes:

- a. Carátula.....05 puntos
- b. Entrega a tiempo.....10 puntos
- c. Orden y limpieza.....10 puntos
- d. Desarrollo de problemas.....65 puntos
- e. Resultados.....10 puntos
- Total.....100 puntos

Si se encuentran dos reportes parcial o totalmente parecidos se anularán automáticamente dichos reportes.

DETALLES FÍSICOS DEL REPORTE

- El reporte debe presentarse en hojas de papel bond tamaño carta.
- Cada sección descrita anteriormente, debe estar debidamente identificada y en el orden establecido.
- Todas las partes del reporte deben estar escritas a mano CON LETRA CLARA Y LEGIBLE.
- Se deben utilizar ambos lados de la hoja.
- No debe traer folder ni gancho, simplemente engrapado.

IMPORTANTE:

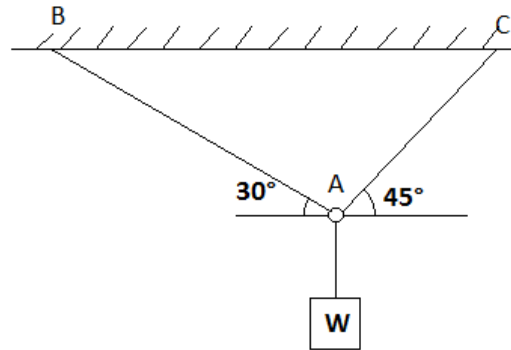
Los reportes se entregarán al día siguiente de la realización de la práctica al entrar al laboratorio SIN EXCEPCIONES.

PROGRAMACIÓN DE ACTIVIDADES

DÍA	HORARIO	ACTIVIDAD
Lunes	08:00-12:30	Practica 1: Esfuerzo simple.
Martes	8:00-12:30	Practica 2: Deflexiones y deformaciones.
Miércoles	08:00-12:30	Practica 3: Fuerza cortante y momento flexionante en vigas
Jueves	8:00-12:30	Práctica 4: Columnas.
Viernes	8:00-12:30	Examen Final

$$\sigma_{AB} = \frac{66.7 \text{ kN}}{900 \text{ mm}^2} = 74.1 \text{ MPa (compresión)}$$

Ejemplo 2: Determinar el peso máximo W que pueden soportar dos cables, AB y AC, si los esfuerzos máximos permitidos son 100 MPa y 150 MPa respectivamente. Las áreas transversales son de 400 mm² para AB y 200 mm² para AC.



Primero hay que determinar la fuerza máxima más pequeña permitida sobre los cables. Esto se logra con la fórmula de esfuerzo simple,

$$\begin{aligned} \sigma_{AB} &= \frac{AB}{A_{AB}} \\ 100 \text{ MPa} &= \frac{AB}{400 \text{ mm}^2} \\ AB &= 40 \text{ kN} \\ \sigma_{AC} &= \frac{AC}{A_{AC}} \\ 150 \text{ MPa} &= \frac{AC}{200 \text{ mm}^2} \\ AC &= 30 \text{ kN} \end{aligned}$$

De estas fuerzas, vamos a seleccionar la más pequeña, ya que esto nos da certeza que es la carga crítica. Con la carga $AC = 30 \text{ kN}$, se procede a realizar un DCL del sistema, para luego terminar con ecuaciones de equilibrio para encontrar el peso máximo que puede ser soportado por ambos cables.

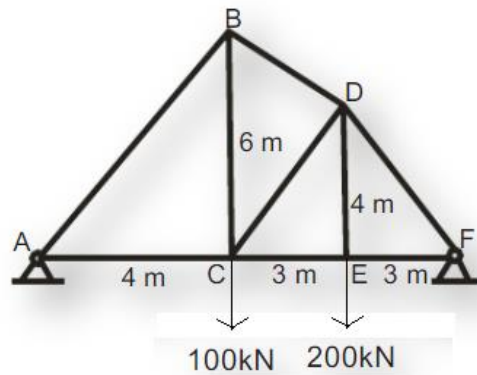
$$\begin{aligned} \sum F_x (+\rightarrow) &= 0 \\ -AB_x + AC_x &= 0 \\ -AB \cos 30 + 30 \cos 45 &= 0 \\ AB &= 24.49 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y (+\uparrow) &= 0 \\ AB_y + AC_y - W &= 0 \\ AB \sin 30 + AC \sin 45 &= W \\ \text{Sustituyendo} \\ 24.49 \sin 30 + 30 \sin 45 &= 33.5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$W = 33.5 \text{ kN}$ es el máximo peso que se le puede colocar a los cables, ya que si se aumenta, el cable AC fallaría.

4. Reportar:

Calcule los esfuerzos que actúan en los miembros DF, CE y BD. Para ello, resuelva la estructura mediante método de nodos y establezca si las fuerzas internas son en tensión o en compresión. Las áreas transversales de cada uno de los elementos son de 1200 mm^2 .



PRÁCTICA No. 2: DEFLEXIONES Y DEFORMACIONES

1. Objetivos:

- 1.1 Conocer el concepto de deflexiones y las deformaciones en el área de resistencia de materiales.
- 1.2 Aprender a resolver problemas de deflexiones y deformaciones que se dan por cargas axiales.

2. Marco Teórico:

Deflexiones por cargas axiales: Al aplicarse cargas axiales sobre una estructura, esta sufre deformación a lo largo del eje en donde se aplica la carga. Esta deformación se calcula siempre y cuando la carga sea aplicada al centroide de la pieza y que exista comportamiento totalmente elástico, como el de un resorte.

δ = deformación

La deformación es la relación entre la deformación unitaria y la pendiente de la recta en el diagrama de esfuerzo – deformación del material, o módulo de elasticidad.

Ambas fórmulas se arreglan para despejar la deformación unitaria:

$$\begin{aligned} \text{Módulo de elasticidad} = E &= \frac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \\ \text{Deformación unitaria} = \varepsilon &= \frac{\delta}{L} \end{aligned}$$

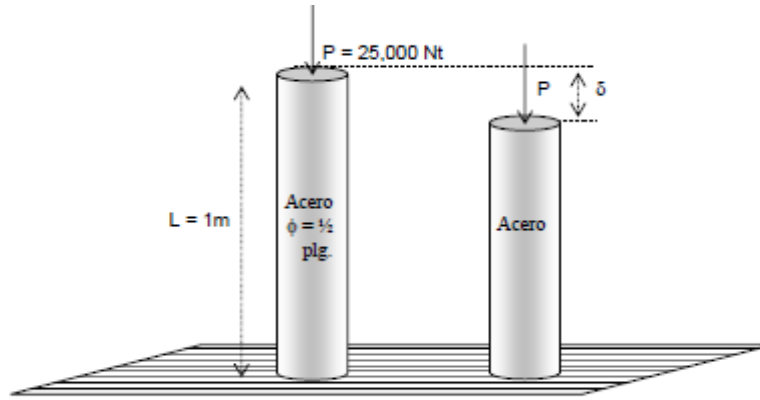
$$\begin{aligned} \frac{\sigma}{E} &= \frac{\delta}{L} \\ \sigma &= \frac{P}{A} \end{aligned}$$

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

Esta es la fórmula para obtener una deformación, la cual es el producto de la fuerza axial interna (P) por la longitud del elemento, dividido entre el producto del área transversal y el módulo de elasticidad del material.

3. Ejemplos:

Ejemplo 1: Si se tiene una barra de acero ($E = 20\text{GPa}$) a compresión, con una longitud de 1 metro, un diámetro de $\frac{1}{2}$ " y se le aplica una carga de 25 kN, ¿cuál será la deformación de la barra?



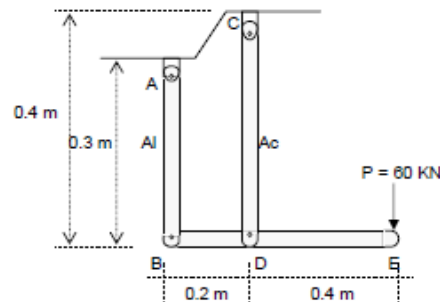
$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

$$A = \frac{\pi\phi^2}{4} = \frac{\pi(0.5\text{pulg} * \frac{2.54\text{ cm}}{1\text{ pulg}} * \frac{1\text{ m}}{100\text{ cm}})^2}{4} = 1.22 \times 10^{-4}\text{m}^2$$

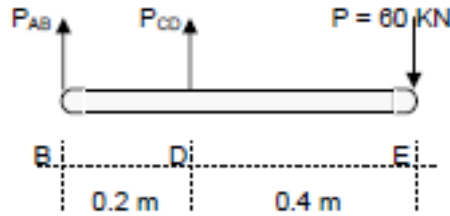
$$\delta = \frac{(25000\text{ N})(1\text{ m})}{(1.22 \times 10^{-4}\text{m}^2)(20 \times 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2})} = 0.0102\text{ m}$$

La deformación para las condiciones descritas es de 1.02 milímetros.

Ejemplo 2: La barra BDE está soportada por dos barras articuladas AB y CD. La barra AB está hecha de aluminio ($E = 70\text{ GPa}$) y tiene una sección transversal de 500 mm^2 , la barra CD es de acero ($E = 200\text{ GPa}$) y tiene una sección transversal de 600 mm^2 . La fuerza aplicada sobre el punto E es de 60 kN. Determinar las deflexiones en los puntos B, D y E.



Realizar diagrama de cuerpo libre y analizar mediante equilibrio estático el elemento que interesa.



$$\sum M_b = 0$$

$$0.2m P_{CD} - 60kN(0.6m) = 0$$

$$P_{CD} = \frac{60(0.6)}{0.2} = 180 \text{ kN } \uparrow$$

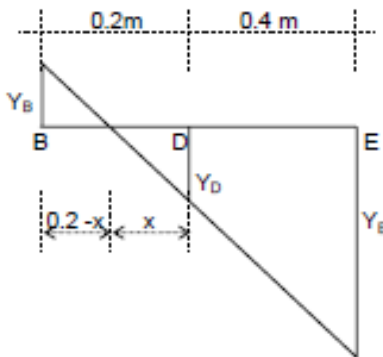
$$\sum F_y = 0$$

$$\begin{aligned} P_{AB} + P_{CD} - 60kN &= 0 \\ P_{AB} &= 60kN - P_{CD} \\ &= 60kN - 180kN \\ &= -120kN \end{aligned}$$

$$P_{AB} = 120kN \downarrow$$

La barra AB (aluminio), se encuentra a compresión y la barra CD (acero) a tensión. Esto se puede deducir ya que las fuerzas de reacción obtenidas en el análisis del equilibrio así nos lo indican.

El segundo análisis que se le realiza al elemento es uno por deformaciones. Esto permite determinar los alargamientos o compresiones en la barra, las cuales son equivalentes a las deflexiones en las barras de acero y aluminio, representadas por la letra Y.



Aluminio

$$Y_B = \delta_{Al} = \frac{PL}{AE}$$

$$Y_B = \frac{(120 \times 10^3 \text{ N})(0.3 \text{ m})}{(500 \times 10^{-6} \text{ m}^2)(70 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 1.0286 \times 10^{-3} \text{ m} = 1.03 \text{ mm}$$

Acero

$$Y_D = \delta_{Ac} = \frac{PL}{AE}$$

$$Y_D = \frac{(180 \times 10^3 \text{ N})(0.4 \text{ m})}{(600 \times 10^{-6} \text{ m})(200 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 6 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.6 \text{ mm}$$

Mediante triángulos equivalentes se determinan los valores de Y:

$$1. \frac{Y_E}{0.4 + x} = \frac{Y_D}{x}$$

$$Y_E = \frac{Y_D(0.4 + x)}{x}$$

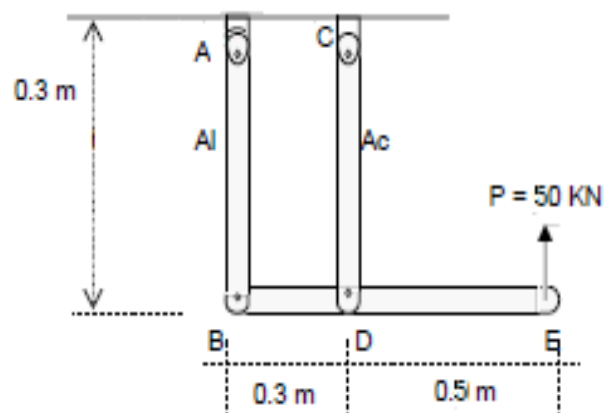
$$2. \frac{x}{Y_D} = \frac{0.2}{Y_B + Y_D}$$

$$x = \frac{0.2 Y_D}{Y_B + Y_D} = \frac{0.2 (6 \times 10^{-4})}{(1.03 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4})} = 0.074$$

$$Y_E = \frac{(6 \times 10^{-4})(0.4 + 0.074)}{0.074} = 0.003843 \text{ m} = 3.84 \text{ mm}$$

4. Reportar:

Determinar las deflexiones en los puntos B, D y E, para el siguiente diagrama. Acero ($E=200 \text{ GPa}$) y Al ($E=70 \text{ GPa}$). Sección transversal de 550 mm^2 .



PRÁCTICA No. 3: FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE EN VIGAS

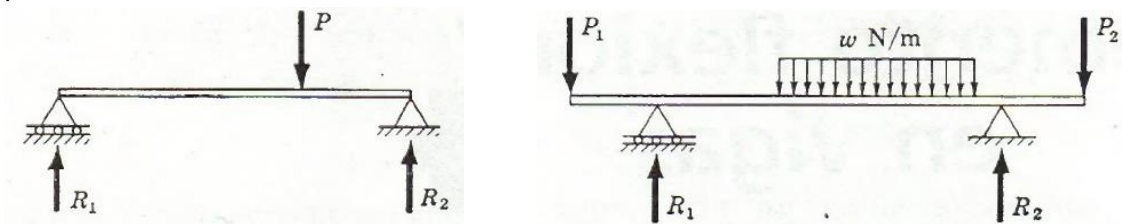
1. Objetivos:

- 1.1 Conocer el concepto de fuerza cortante y momento flexionante
- 1.2 Aplicar los conocimientos teóricos obtenidos en la resolución de problemas de vigas
- 1.3 Dibujar diagramas de corte y momento con diferentes cargas

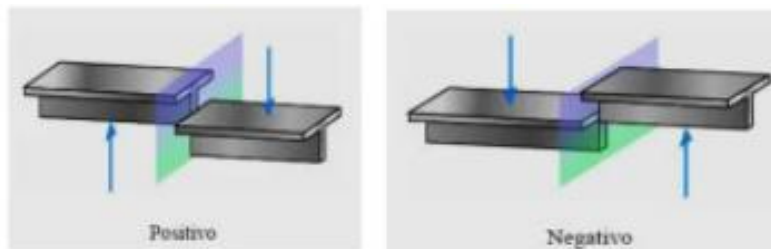
2. Marco Teórico:

Viga: Es un miembro estructural que se somete a cargas transversales, es decir cargas que actúan perpendiculares a su eje longitudinal. En un sistema de marcos tiene la función de transmitir las cargas de la losa hacia las columnas.

Al aplicar las cargas a la viga se generan esfuerzos cortantes, los cuales provocan pandeo o flexión.



Fuerza cortante: Es un conjunto de fuerzas internas que se generan en el material con la finalidad de equilibrar las fuerzas externas aplicadas.



Momento flexionante: Ocurre cuando se le aplica cargas perpendiculares a la viga, provocando una fisura curvada o flexionada.

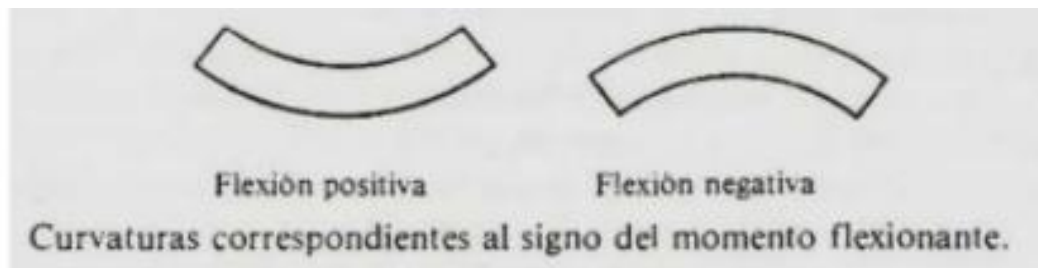
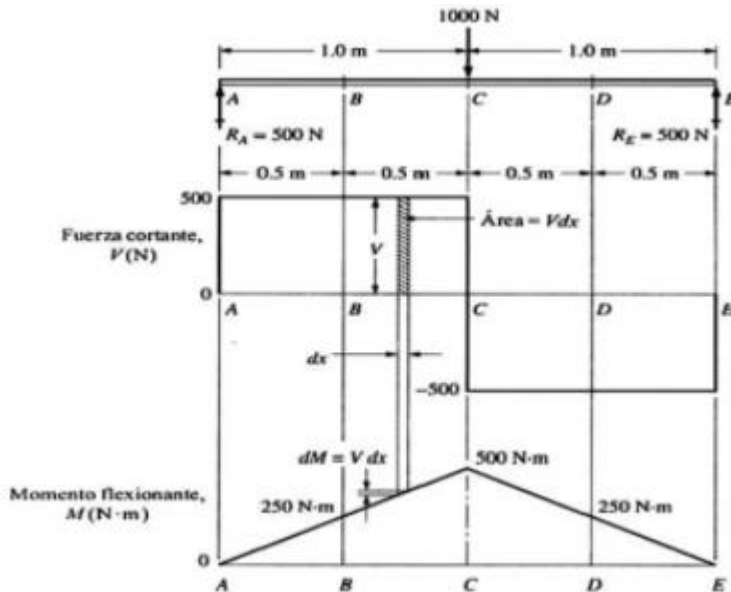


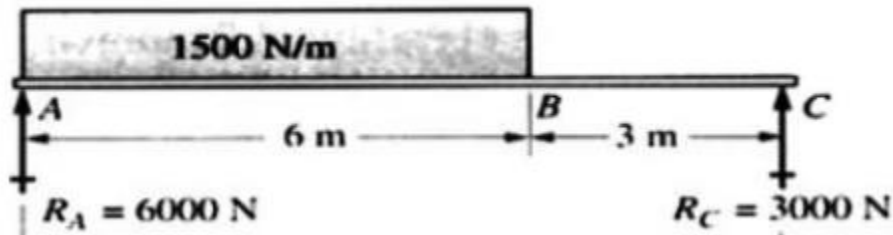
Diagrama de fuerza cortante: Es una gráfica donde el eje vertical representa el valor de la fuerza cortante en cualquier sección de la viga.

Diagrama de momento flexionante: Es la representación gráfica de la distribución correspondiente del momento flexionante en una viga.



3. Ejemplos:

Ejemplo 1: Realizar el diagrama de corte y momento para la siguiente viga:

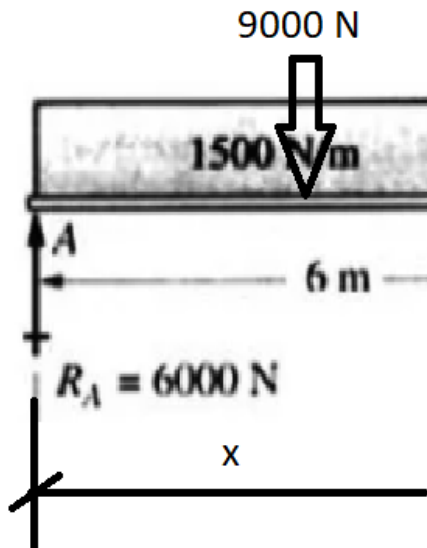


El primer paso es determinar las reacciones, realizando sumatoria de momentos en cada una de ellas:

$$\begin{aligned} \sum M_A(+\mathcal{U}) &= 0 \\ -9000N(3m) + R_C(9m) &= 0 \\ R_C &= 3000 N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_C(+\mathcal{U}) &= 0 \\ 9000N(6m) - R_A(9m) &= 0 \\ R_A &= 6000 N \end{aligned}$$

Ahora determinaremos las ecuaciones de corte y momento para el tramo A-B:



Ecuación de cortante:
Se realiza con una sumatoria de fuerzas en Y:

$$V = \sum Fy$$

$$V = 6000 - 1500(x)$$

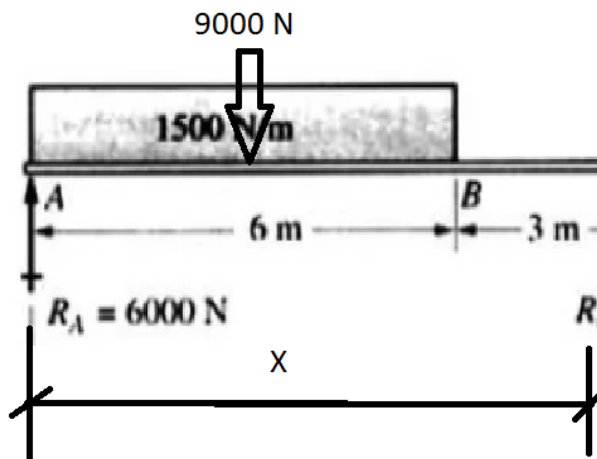
Ecuación de momento:
Se realiza con una sumatoria de momentos con el pivote en el corte:

$$M = \sum Mizq \cup +$$

$$M = 6000 * x - 1500(x)(x/2)$$

$$M = 6000x - 750x^2$$

Ahora determinaremos las ecuaciones de corte y momento para el tramo B-C:



Ecuación de cortante:

$$V = \sum Fy$$

$$V = 6000 - 9000 = -3000N$$

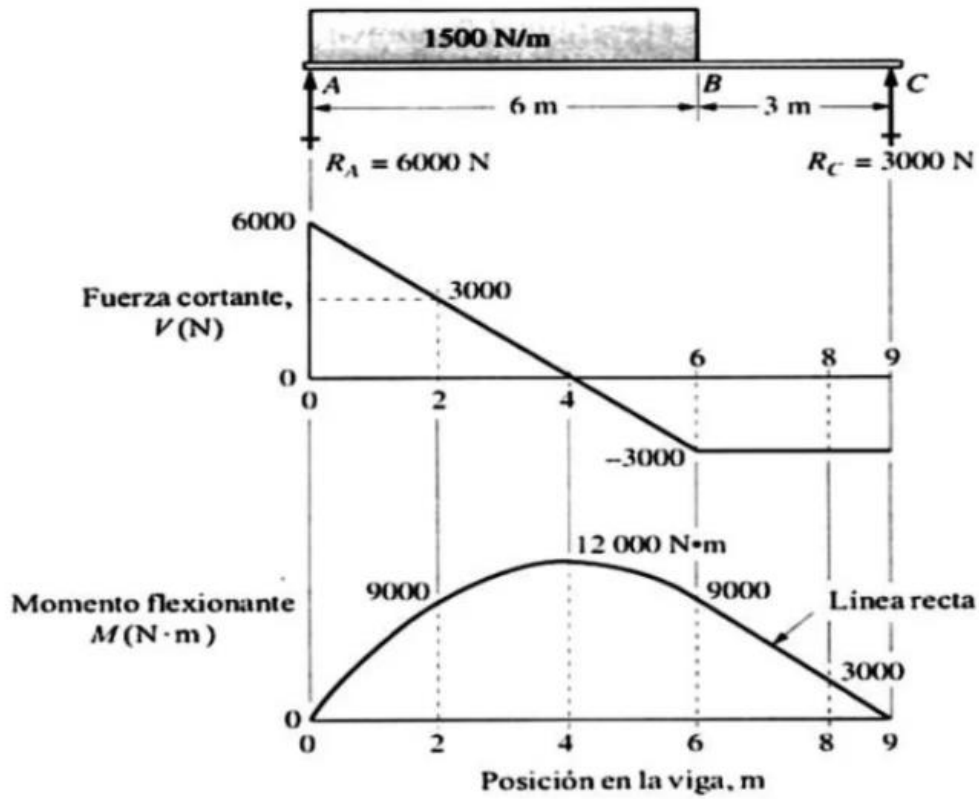
Ecuación de momento:

$$M = \sum Mizq \cup +$$

$$M = 6000 * x - 9000(x - 3)$$

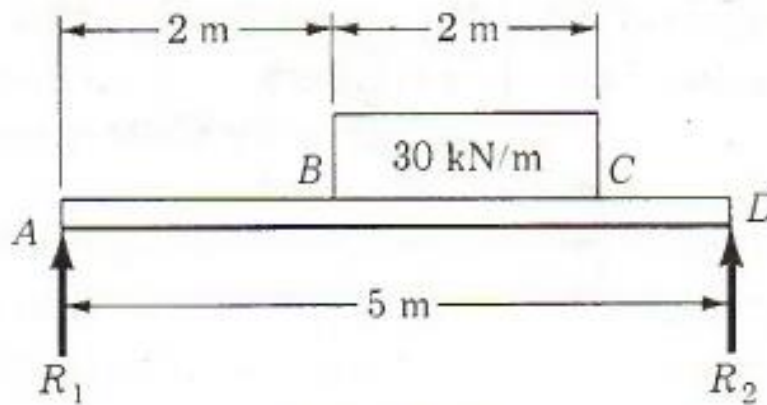
$$M = -3000x + 27000$$

Con las ecuaciones encontradas anteriormente procedemos a sustituir la x por la longitud de 0, 2, 4, 6, 8 y 9, con el fin de obtener los puntos clave para el trazo de los diagramas:



4. Reportar:

Determinar el diagrama de corte y de momento para la siguiente viga, dejar constancia de las ecuaciones para cada tramo.



PRÁCTICA No. 4: COLUMNAS

1. Objetivos:

- 1.1 Conocer la metodología para diseñar columnas que soporten carga axial y momentos.
- 1.2 Determinar los efectos de deformación elástica y plástica en las columnas.
- 1.3 Clasificar las columnas según su esbeltez.
- 1.4 Determinar secciones transversales para poder cumplir con las cargas que va a estar sometida.

2. Marco Teórico:

Columnas: Para familiarizarse con el comportamiento de las columnas se considera el equilibrio de un modelo simple y se halla que para valores de carga P por encima de cierto valor P_{cr} , llamado Carga Crítica, son posibles dos posiciones de equilibrio del modelo: La posición original, con cero deflexiones transversales, y una segunda posición que incluía deflexiones que podían ser bastante grandes. Esto conduce a concluir que la primera posición de equilibrio será inestable para $P > P_{cr}$,

Por otra parte en una columna articulada, se puede determinar la carga P más pequeña para la cual el pandeo podría ocurrir. Esta carga, llamada carga crítica y denotada como anteriormente se explicó por P_{cr} , está dada por la fórmula de Euler:

$$P_{cr} = \frac{(\pi^2)EI}{L^2}$$

$E = \text{Módulo de elasticidad}$

$I = \text{Inercia}$

En donde L es la longitud de la columna. Para esta carga, u otra mayor, el equilibrio de la columna es inestable y ocurren deflexiones transversales. Representando el área de la sección transversal de la columna por A y su radio de giro por r, se encuentra el esfuerzo crítico (σ_{cr}) correspondiente a la carga crítica (P_{cr}):

$$\sigma_{cr} = \frac{(\pi^2) E}{(L/r)^2}$$

La cantidad L/r se llama relación de esbeltez y el σ_{cr} se denota como una función de L/r . Puesto que el análisis se basa en esfuerzos que permanecen por debajo del límite de cedencia del material, se observó que la columna fallaría por fluencia cuando $\sigma_{cr} > \sigma_y$.

3. Ejemplos:

Ejemplo 1: Una columna articulada de 2m de longitud y sección cuadrada debe hacerse de madera. Suponiendo $E = 13\text{GPa}$ y $\sigma_{\text{perm}} = 12\text{MPa}$ y usando un F.S. = 2.5, para calcular la carga crítica de pandeo de Euler, determine el tamaño de la sección transversal si la columna debe soportar:

- Una carga de 100KN
- Una carga de 200KN

Solución:

- a) **Carga de 100KN:** Usando el factor de seguridad especificado.

$$P_{\text{cr}} = 2.5 (100\text{KN}) = 250\text{KN} \quad L = 2\text{m} \quad E = 13\text{GPa}$$

Según la fórmula de Euler y resolviendo para I

$$I = \frac{P_{\text{cr}} L^2}{(\pi^2)E}$$

$$I = \frac{(250 \times 10^3 \text{N})(2\text{m})^2}{(\pi^2)(13 \times 10^9 \text{Pa})} = 7.794 \times 10^{-6} \text{m}^4$$

Pero $I = \frac{a^4}{12}$, por tratarse de un cuadrado de lado a , entonces:

$$I = \frac{a^4}{12} = 7.794 \times 10^{-6} \text{m}^4, \text{ despejando } a = 98.3 \text{ mm}$$

Se verifica el valor del esfuerzo normal de la columna:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{100 \times 10^3 \text{N}}{(0.0983\text{m})^2} = 10.35 \text{MPa}$$
$$10.35 \text{MPa} < 12 \text{MPa} \quad \text{OK}$$

Ya que σ es menor que el esfuerzo permisible, una sección transversal de aproximadamente 100 x 100mm es aceptable.

- b) **Carga de 200KN:** Resolviendo de nuevo la ecuación para I , pero haciendo

$$P_{\text{cr}} = 2.5(200) = 500 \text{KN}$$

$$I = \frac{(500 \times 10^3 \text{N})(2\text{m})^2}{(\pi^2)(13 \times 10^9 \text{Pa})} = 15.588 \times 10^{-6} \text{m}^4$$

$$I = \frac{a^4}{12} = 15.588 \times 10^{-6} \text{m}^4, \text{ despejando } a = 116.95\text{mm}$$

El valor del esfuerzo normal es:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{200 \times 10^3 \text{ N}}{(0.11695 \text{ m})^2} = 14.62 \text{ MPa}$$

Dado que este valor es mayor que el esfuerzo permisible, las dimensiones obtenidas no son aceptables y debe elegirse una sección con base en su resistencia a compresión. Se escribe

$$A = \frac{P}{\sigma_{perm}} = \frac{200 \text{ KN}}{12 \text{ MPa}} = 16.67 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$a^2 = 16.67 \times 10^{-3} \text{ m}^2, \text{ despejando } a = 129.1 \text{ mm}$$

Una sección transversal de 130 x 130mm es aceptable.

4. Reportar:

Una columna articulada de $L=3\text{m}$ y sección cuadrada, debe hacerse de madera. Suponiendo $E= 20 \text{ GPa}$ y $\sigma_{perm} = 12 \text{ MPa}$ y usando un F.S. = 2.0, para calcular la carga crítica de pandeo de Euler, determine el tamaño de la sección transversal si la columna debe soportar:

- a. Una carga de 150KN
- b. Una carga de 500KN

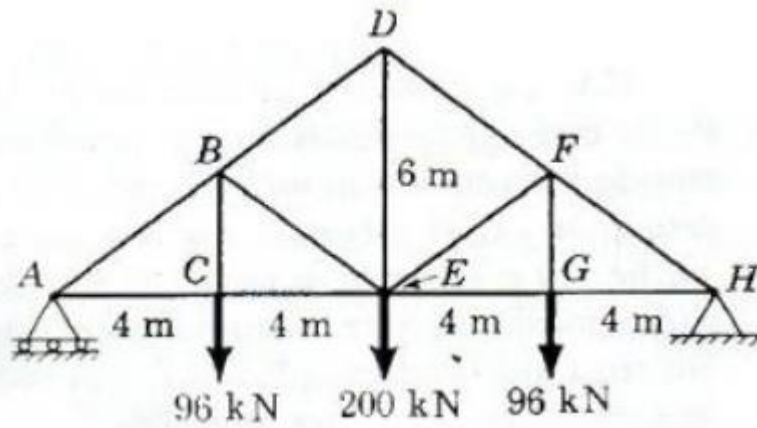
BIBLIOGRAFÍA

1. FERDINAND, Singer L. *Resistencia de Materiales*. 4ª ed. Estados Unidos: Nueva York 2008. 13 p.

HOJA DE TRABAJO NO.1

NOMBRE: _____ CARNET: _____

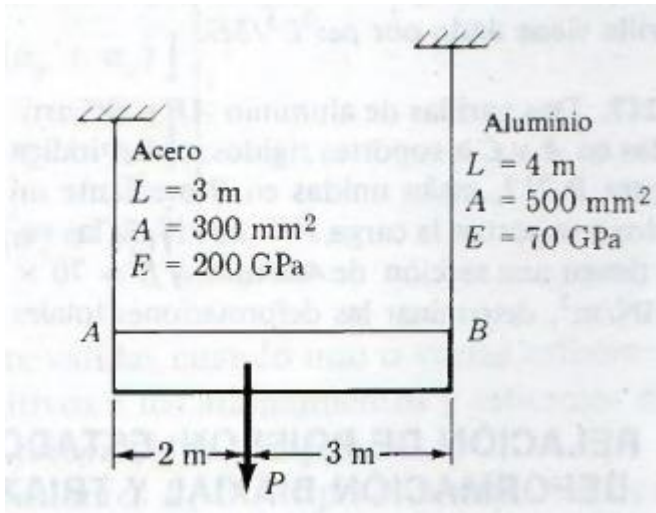
Calcule los esfuerzos que actúan en los miembros BD, BE y CE. Para ello, resuelva la estructura mediante método de nodos y establezca si las fuerzas internas son en tensión o en compresión. Área de 1800 mm².



HOJA DE TRABAJO NO.2

NOMBRE: _____ CARNET: _____

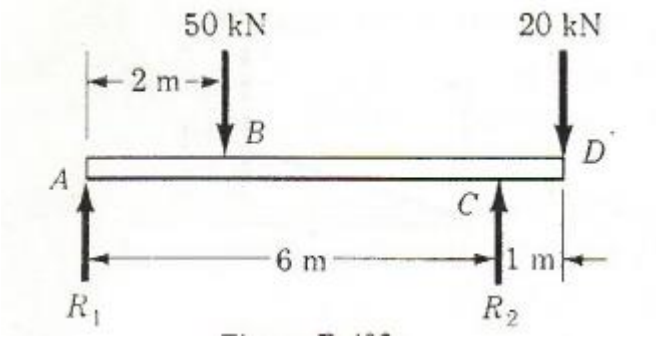
La barra rígida AB, sujeta a dos varillas verticales como se muestra en la siguiente figura, está en posición horizontal antes de aplicar la carga P. Si $P = 50 \text{ KN}$, determine el movimiento vertical de la barra.



HOJA DE TRABAJO NO.3

NOMBRE: _____ CARNET: _____

Determine el diagrama de corte y momento para la siguiente viga:



HOJA DE TRABAJO NO.4

NOMBRE: _____ **CARNET:** _____

Una columna articulada de 2.6 m de longitud y sección cuadrada debe hacerse de madera. Suponiendo $E = 11 \text{ GPa}$ y $\sigma_{\text{perm}} = 9 \text{ MPa}$ y usando un F.S. = 3, para calcular la carga crítica de pandeo de Euler, determine el tamaño de la sección transversal si la columna debe soportar:

- a) Una carga de 130 KN
- b) Una carga de 220 KN